Exercice N°6

L'objectif de ce problème est la réalisation d'un filtre numérique passe-haut dont les caractéristiques sont:

- ondulation en bande passante $\delta_1 = 3dB$,
- atténuation $\delta_2 = 40dB$,
- fréquence de coupure à $-3dB$, $fc.= 6kHz$,
- fréquence en bande atténuée $fa = 2kHz$,
- fréquence d'échantillonnage $Fe = 36kHz$

1. *Synthèse de filtre RIF à phase linéaire par fenêtrage*

1.1. On considérera pour cette synthèse un filtre passe-haut idéal de fréquence de coupure f_c. Après avoir tracé de manière précise le filtre idéal $H(e^{j\Omega})$, calculez sa réponse impulsionnelle $h(n)$ pour $n = [-4... + 4]$.

1.2. En fonction de l'atténuation et de la sélectivité, quel type de fenêtre faut-il utiliser, et quelle est la longueur N d'un filtre RIF dont la phase serait linéaire?

1.3. Exprimez $h_a(n)$, pour $n = [-4... + 4]$.

1.4. Tracez sa réponse impulsionnelle dans le cas où $N = 9$.

2. *Synthèse de filtre RII par la méthode bilinéaire.*

2.1. Après avoir tracé le gabarit du filtre numérique, donnez les gabarits analogique et passe bas normalisé correspondants. La méthode utilisée est la transformation bilinéaire.

2.2. En déduire l'ordre et la fonction du filtre de Butterworth normalisé $H_n(p)$.

2.3. Expliquez, sans les calculer, la méthode de dénormalisation vers le filtre passe-haut $H(p)$, et la méthode permettant d'obtenir la fonction de transfert $H_{bi}(z)$ du filtre numérique entrant dans le gabarit numérique de départ.

Exercice N°7

Un filtre analogique présente une fonction de transfert exprimée par :

$$H(p) = \frac{2}{p^2 + 3p + 2}$$

1. *Etude du filtre analogique*

1.1. Calculez les pôles et les zéros de $H(p)$. Le filtre est-il stable?

1.2. Donnez le module de la réponse fréquentielle $|H(j\omega)|$ de ce filtre. Calculez le module (dB) en $\omega = 0, 0.5, 1, 2, 4$ $[rad/s]$. De quel type de filtre s'agit-il?

1.3. Tracez approximativement le module pour ω variant de 0 à 6 rad/s. Dessinez sur la même courbe un gabarit correspondant à ce filtre analogique, pour lequel on prendra pour pulsations en bande passante et atténuée, respectivement $\omega_p = 0.5$ rad/s et $\omega_a = 4$ rad/s. On posera pour la suite les valeurs d'échantillonnage suivantes : $T = 0.5$ s, $F_e = 2$ Hz, $\omega_e = 4\pi$ rad/s.

2. *Synthèse d'un filtre RII par la transformation bilinéaire.*

2.1. Donnez l'expression de la fonction de transfert en z du filtre numérique $H_{bi}(z)$ obtenue par transformation bilinéaire sans prédistorsion.

2.2. Donnez la valeur de $|H_{bi}(e^{j\omega T})|$ en ω $[rad/s] = 0, \omega_p, \omega_a, \omega_e/2$. Tracez approximativement le module sur la courbe de la question 1.

2.3. Le filtre entre-t-il dans le gabarit de la question 1? Expliquez comment prévoir les valeurs de $|H_{bi}(e^{j\omega T})|$ en $\omega[rad/s] = 0, \omega_p, \omega_a, \omega_e/2$ à partir de celles calculées dans la question 1.

2.4. Expliquez comment obtenir l'expression de la fonction de transfert en z du filtre numérique $H'_{bi}(z)$ obtenue par transformation bilinéaire avec prédistorsion autour de ω_p.

3. Synthèse d'un filtre RIF par la méthode du fenêtrage.

On désire maintenant réaliser un filtre numérique RIF par la méthode du fenêtrage équivalent aux filtres précédents.

3.1. A partir du gabarit spécifié dans la question 1, quel type de fenêtrage doit-on utiliser et quelle doit être la longueur N de ce filtre?

3.2. Donnez l'expression des coefficients $h(n)$ de la réponse impulsionnelle du filtre idéal. On prendra une fréquence de coupure $\Omega_c = 2\omega_p T$.

3.3. Dessinez $h(n)$ et donnez ses valeurs pour $-4 \leq n \leq 4$.

3.4. Donnez l'expression du filtre RIF $h_{fen}(n)$ causal à phase linéaire, de longueur finie N correspondant au gabarit.

3.5. Dessinez $h_{fen}(n)$.

3.6. Donnez l'expression de la fonction de transfert en z du filtre numérique $H_{fen}(z)$ obtenue.