

CHAPITRE 3

CONCEPTS FONDAMENTAUX DE LA LOGIQUE FLOUE

Cette section présente les concepts fondamentaux de la LF³. Cette présentation ne veut pas se substituer aux nombreux ouvrages qui décrivent la LF de manière exhaustive. Il s'agit plutôt d'une introduction nécessaire qui permet la compréhension de la structure et des éléments essentiels retenus pour une mise en œuvre du logiciel développé dans le cadre de ce projet. Dans ce qui suit, nous présenterons d'abord la théorie des ensembles flous, puis nous préciserons le raisonnement en LF, nous définirons ensuite les éléments qui constituent un système flou, et finalement nous présenterons une application complète de la LF.

Ainsi, le résultat principal de ce chapitre est de colliger toutes les informations pertinentes au domaine de la LF, en faisant largement appel aux méthodes de mise en œuvre. Cette synthèse permettra de retenir les éléments essentiels sur la LF pour l'élaboration du logiciel.

3.1 Théorie des ensembles flous

3.1.1 Notions de base

La LF est une technologie pour le traitement de connaissances imprécises basées sur des termes linguistiques; elle s'approche donc de la démarche humaine en ce sens que les variables traitées ne sont pas des variables logiques binaires, mais plutôt des variables linguistiques se rapprochant du langage humain de tous les jours. Dans le but de distinguer

³ Le lecteur peu familier avec les concepts de la logique floue et des systèmes d'inférence floue est invité à consulter, pour une présentation plus complète, les ouvrages cités dans la bibliographie.

la LF de la logique classique, nous présentons un bref rappel de la théorie des ensembles classiques.

Un ensemble classique se caractérise par ses frontières abruptes entre deux catégories d'éléments; ceux qui font partie de l'ensemble et ceux qui ne le font pas (vrai ou faux, blanc ou noir). À titre d'exemple, on désire classer un groupe d'individus par leur taille en définissant la catégorie des petits par une taille inférieure à 1,65 mètre et la catégorie des grands par une taille supérieure à 1,65 mètre. La Figure 3.1 (a) illustre deux fonctions en théorie des ensembles classiques, soient : une variable x (la *taille*) et un univers du discours U , les *individus*, avec A l'ensemble *petit* et B l'ensemble *grand*. Dans la théorie des ensembles classiques, soit qu'un élément appartienne totalement à un ensemble soit qu'il ne lui appartienne pas du tout. Autrement dit, tout membre de l'univers U est soit *petit* ou soit *grand*.

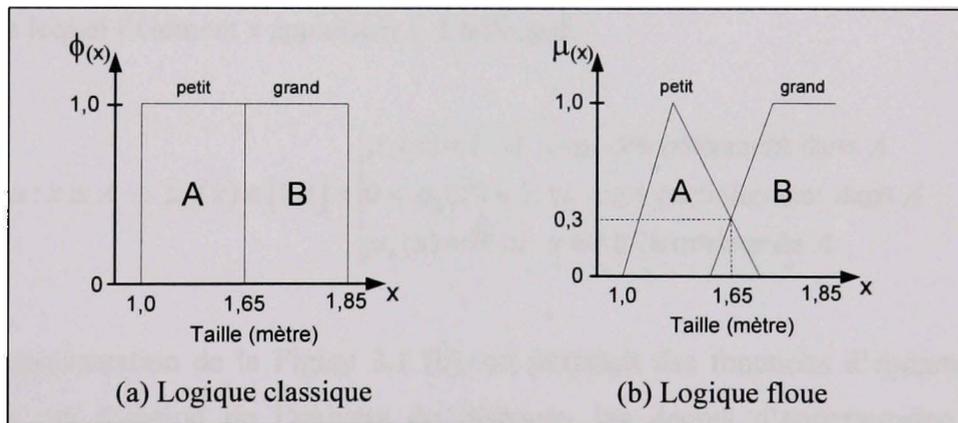


Figure 3.1 Logique classique vs logique floue.

Les fonctions qui caractérisent les deux sous-ensembles A et B , appelées les *fonctions caractéristiques*, ne permettent pas la représentation de tout cas intermédiaire d'éléments x sur la frontière de A et B (taille moyenne par exemple). On écrira pour un élément x appartenant à A :

$$\varphi : x \in A \rightarrow \varphi_A(x) \in \{0,1\} = \begin{cases} \varphi_A(x) = 1 & \text{si } x \in A \\ \varphi_A(x) = 0 & \text{si } x \notin A \end{cases} \quad (3.1)$$

Pour imiter l'esprit humain, la structure de la logique classique est limitée, étant donné qu'on ne peut exprimer des faits qu'avec *vrai* ou *faux* (0 ou 1). En effet, la logique classique ne considère pas la représentation intermédiaire; par contre, la théorie des ensembles flous donne une représentation de ces catégories vagues. En conclusion, la logique classique présente l'avantage de la simplicité, mais est assez éloignée de la logique utilisée naturellement par l'être humain.

L'approche floue se base sur des descriptions qualitatives du comportement d'un système. Ces descriptions, appelées *fonctions d'appartenance*, sont représentées par des variables linguistiques telles que *chaud*, *froid*, *jeune*, *vieux*, etc. Ces *fonctions d'appartenance* ont le grand avantage de constituer une représentation beaucoup plus proche du raisonnement humain puisqu'elle permet de faire intervenir des notions telles que « *plutôt petit* », « *assez grand* ». Un ensemble flou⁴ est défini par une *fonction d'appartenance*, $\mu_A(x)$, qui décrit le degré avec lequel l'élément x appartient à A telle que :

$$\mu : x \in A \rightarrow \mu_A(x) \in [0,1] = \begin{cases} \mu_A(x) = 1 & \text{si } x \text{ est complètement dans } A \\ 0 < \mu_A(x) < 1 & \text{si } x \text{ est partiellement dans } A \\ \mu_A(x) = 0 & \text{si } x \text{ est à l'extérieur de } A \end{cases} \quad (3.2)$$

Dans la représentation de la Figure 3.1 (b), on introduit des fonctions d'appartenance qui définissent, en fonction de l'univers du discours, les degrés d'appartenance à chaque ensemble flou. Les limites ne varient pas soudainement, mais progressivement. Par exemple, un homme de 1,65 mètre fera partie à la fois de l'ensemble *grand* et à la fois à l'ensemble *petit*; cependant, avec un degré d'appartenance différent. Dans ce cas précis, l'individu appartient à l'ensemble *petit* avec une valeur $\mu_A(x) = 0,30$ et à l'ensemble *grand* avec une

⁴ Nous emploierons indifféremment les termes « ensemble flou » et « sous-ensemble flou ».

valeur $\mu_B(x) = 0,30$. Autrement dit, en théorie des ensembles flous, un élément appartient à un ensemble à un degré variant de 0 à 1 inclusivement. Un ensemble flou est totalement déterminé par sa fonction d'appartenance. Il est à noter que les ensembles classiques sont considérés comme un cas particulier des ensembles flous.

3.1.2 Notions caractéristiques d'un ensemble flou

Pour un ensemble flou, il existe diverses notions complémentaires qui sont utilisées dans les applications courantes (Uncu, 2003). Il s'agit de sa hauteur, son support et son noyau.

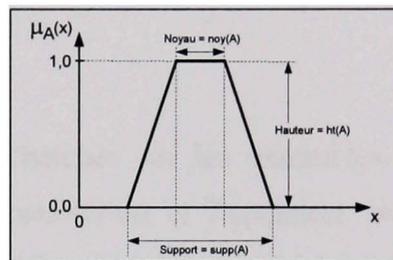


Figure 3.2 Notions caractéristiques d'un ensemble flou.

La hauteur d'un ensemble flou A , $ht(A)$, dans un univers du discours U est la borne supérieure de la fonction d'appartenance, qui est définie comme suit :

$$ht(A) = \max(\mu_A(x); x \in U) \quad (3.3)$$

Le support d'un ensemble flou A , $supp(A)$, dans un univers du discours U , est l'ensemble des éléments du domaine pour lesquels la réponse, $\mu_A(x)$, est non nulle, par rapport à A . Le support d'un ensemble flou est défini comme suit :

$$supp(A) = \{x \in U; \mu_A(x) \neq 0\} \quad (3.4)$$

Le noyau d'un ensemble flou A , $noy(A)$, dans un univers du discours U est l'ensemble des éléments du domaine pour lesquels le degré d'appartenance est égal à 1, par rapport à A . Le noyau d'un ensemble flou est défini comme suit :

$$noy(A) = \{x \in U; \mu_A(x) = 1\} \quad (3.5)$$

3.2 Opérateurs à logiques floues

Maintenant que nous avons une idée de ce que sont les ensembles flous, nous pouvons présenter les opérations de base sur les ensembles flous. Comme dans le cas des ensembles « classiques », les opérations logiques d'union (OU), d'intersection (ET) et de complémentarité (NON) peuvent être appliquées aux ensembles flous (Uncu, 2003). Leur définition n'est pas unique. Dans la littérature, il existe de nombreuses variantes pour ces opérateurs⁵; les définitions les plus souvent rencontrées sont : la fonction *max* et la fonction *min* (Mamdani et Zadeh), la fonction *produit* et la fonction *somme moins le produit* (Sugeno). Nous ne donnons ici que les plus communément utilisées, à savoir celles basées sur la LF de Zadeh.

Dans ses toutes premières recherches sur les ensembles flous, L. A. Zadeh a suggéré l'opérateur *minimum* pour l'intersection et l'opérateur *maximum* pour l'union de deux ensembles flous. Afin de clarifier ceci, nous présentons les trois principaux opérateurs logiques, en prenant comme exemple les deux ensembles flous de la Figure 3.3 soient : *A* un nombre flou; environ 10 et *B* un intervalle flou entre 12 et 18. Il est à noter que selon la théorie des ensembles flous, l'ensemble *A* est plus flou que l'ensemble *B*.

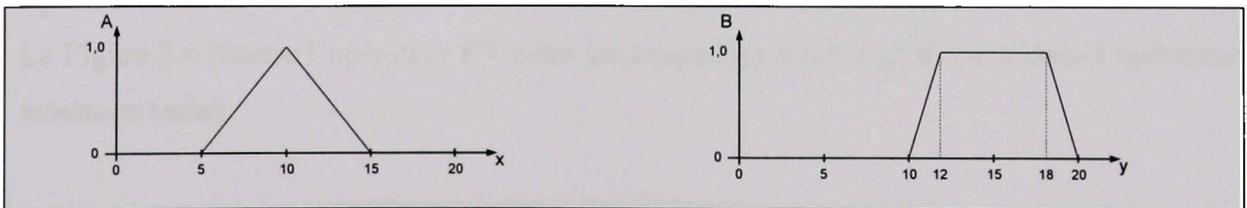


Figure 3.3 Ensembles flous A et B.

⁵ Le lecteur peut consulter l'annexe I pour les opérateurs en logique floue les plus répandus.

3.2.1 Opérateur logique ET

L'opérateur logique **ET** classique est défini de la manière suivante : A **ET** B est **VRAI** si et seulement si A est **VRAI** et B est **VRAI**. Cette loi est aussi notée $A \cdot B$ que l'on nommera *conjonction*. Le Tableau 3.1 montre la table de vérité de l'opération **ET** classique.

Tableau 3.1
Table de vérité de l'opérateur logique ET classique

A	B	A·B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

On définit l'opérateur **ET** flou comme l'intersection de deux ensembles flous A et B , respectivement étant le plus petit ensemble flou contenant A et B . Selon l'approche Zadeh, l'intersection de deux ensembles flous A et B de même référentiel U est définie par l'équation suivante :

$$\forall (x, y) \in X \times Y : \mu_{A \cap B}(x, y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y)) \quad (3.6)$$

La Figure 3.4 illustre l'opérateur **ET** entre les ensembles flous A et B . On a donc l'opérateur *minimum* (*min*).

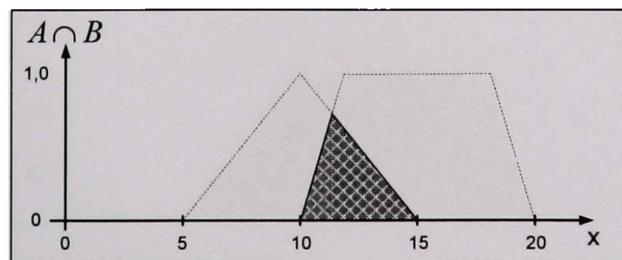


Figure 3.4 Intersection des ensembles flous A et B.

3.2.2 Opérateur logique OU

L'opérateur logique **OU** classique est défini de la manière suivante : $A \text{ OU } B$ est VRAI si et seulement si A est VRAI ou B est VRAI. (si A est vrai et que B est vrai aussi, alors $A \text{ OU } B$ est vrai). Cette loi est aussi notée $A+B$ que l'on nommera *disjonction inclusive*. Le Tableau 3.2 montre la table de vérité de l'opération **OU** classique.

Tableau 3.2
Table de vérité de l'opérateur logique OU classique

A	B	A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

On définit l'opérateur **OU** flou comme l'union de deux ensembles flous A et B , respectivement étant le plus grand ensemble flou contenu dans A et dans B d'autre part. Selon l'approche Zadeh, l'union de deux ensembles flous A et B de même référentiel U est définie par l'équation suivante :

$$\forall (x, y) \in X \times Y : \mu_{A \cup B}(x, y) = \max(\mu_A(x), \mu_B(y)) \quad (3.7)$$

On parle d'opérateur *maximum (max)*. Cette opération est représentée à la Figure 3.5.

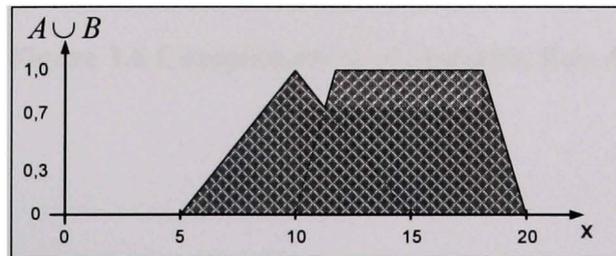


Figure 3.5 Union des ensembles flous A et B.

3.2.3 Opérateur logique NON

L'opérateur logique NON est défini de la manière suivante : le contraire de A est VRAI si et seulement si A est FAUX. Le contraire de A est noté \bar{A} que l'on nomme la *négation* ou le *complément*. Le Tableau 3.3 montre la table de vérité de l'opération NON classique.

Tableau 3.3
Table de vérité de l'opérateur logique NON classique

A	\bar{A}
0	1
1	0

Selon l'approche Zadeh, le complément d'un ensemble flou A est défini par l'équation suivante :

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (3.8)$$

La Figure 3.6 montre l'opérateur NON de l'ensemble flou A .

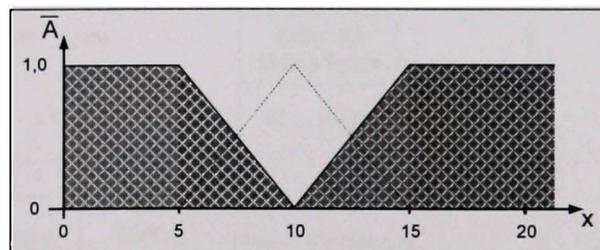


Figure 3.6 Complément de l'ensemble flou A .

3.3 Systèmes flous

La conception d'un système flou est constituée de trois étapes principales : la conversion des entrées en valeurs floues, l'évaluation des règles et la conversion du résultat des règles en une valeur numérique de sortie. La première étape, appelée la *fuzzification*, permet de découper une entrée en zones – fonctions d'appartenance que l'on désignera par des variables linguistiques. La seconde, soit l'inférence des règles, consiste en une évaluation des règles d'inférence entre les entrées et les sorties. La troisième étape, soit la *défuzzification*, consiste à convertir le résultat flou de l'inférence des règles en une valeur de sortie finale précise.

Un système flou est donc formé de trois étapes comme indiqué sur la Figure 3.7. La première, l'étape de *fuzzification* transforme les valeurs numériques en degrés d'appartenance aux différents ensembles flous de la partition. La seconde étape concerne le module d'inférence, qui est constitué de deux blocs, le moteur d'inférence et la *base des règles*. Enfin, l'étape de *défuzzification* qui permet d'inférer une valeur nette (précise), utilisable en commande par exemple, à partir du résultat de l'agrégation des règles.

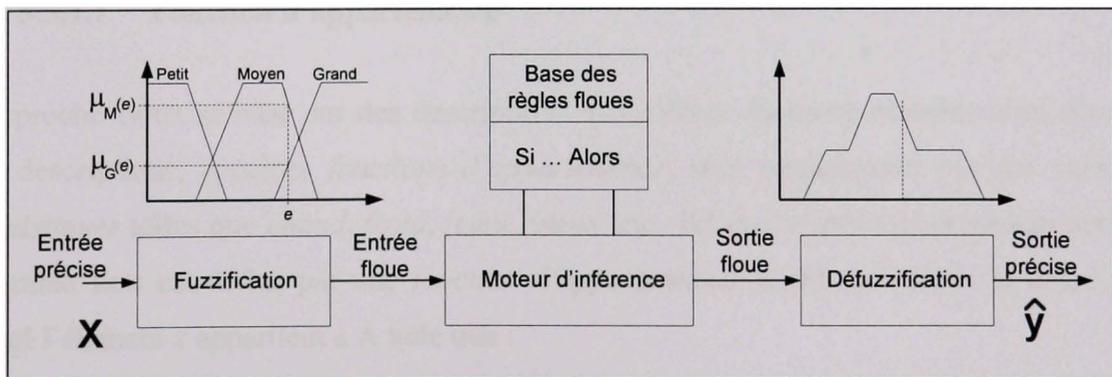


Figure 3.7 Système flou.

(Tiré de Serge Guillaume - FISPRO, 2007)

3.3.1 Fuzzification

La *fuzzification* est le premier traitement qui entre en compte dans la structure d'un système flou. Elle consiste à donner un degré d'appartenance à une valeur réelle d'entrée en fonction des ensembles flous. Dans un système flou, il faut rendre floues (fuzzifier) les entrées et les sorties du système. Pour le système flou, la *fuzzification* des variables est une étape importante du processus de mise en œuvre. Les caractéristiques de cette étape sont habituellement déterminées par des experts ou des opérateurs qualifiés travaillant sur le processus et recourant le plus souvent à leurs connaissances. De plus, les performances du système flou seront influencées par la *fuzzification* (Flaus, 1994). Les étapes de la *fuzzification* consistent à :

1. Établir les *variables linguistiques*;
2. Établir les quantificateurs flous (nombre de *valeurs linguistiques*);
3. Attribuer une signification numérique à chaque quantificateur flou : *fonction d'appartenance*.

3.3.1.1 Fonction d'appartenance

L'approche floue se base sur des descriptions qualitatives du comportement d'un système. Ces descriptions, appelées *fonctions d'appartenance*, sont représentées par des *variables linguistiques* telles que *chaud, froid, jeune, vieux*, etc. Tel que mentionné précédemment, un ensemble flou est défini par une *fonction d'appartenance*, $\mu_A(x)$, qui décrit le degré avec lequel l'élément x appartient à A telle que :

$$\mu : x \in A \rightarrow \mu_A(x) \in [0,1] = \begin{cases} \mu_A(x) = 1 & \text{si } x \text{ est complètement dans } A \\ 0 < \mu_A(x) < 1 & \text{si } x \text{ est partiellement dans } A \\ \mu_A(x) = 0 & \text{si } x \text{ est à l'extérieur de } A \end{cases} \quad (3.9)$$

3.3.1.2 Univers du discours et classes d'appartenance

L'univers du discours d'une variable couvrira l'ensemble de la gamme d'une variable d'entrée ou de sortie. La LF est basée sur des variables floues dites *variables linguistiques* à *valeurs linguistiques* dans l'univers du discours U . L'univers du discours est partitionné en plusieurs sous-ensembles flous représentés par leurs *fonctions d'appartenance*. À chaque fonction d'appartenance, une valeur linguistique est associée. Chaque *valeur linguistique* constitue alors un ensemble flou de l'univers du discours.

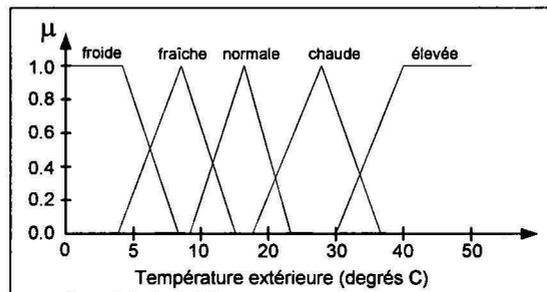


Figure 3.8 Univers du discours « température ».

La Figure 3.8 représente l'univers du discours de la *variable linguistique* « température » dont la gamme est de 0 °C à 50 °C. Les prédicats « *froide, fraîche, normale, chaude et élevée* » sont les *valeurs linguistiques* de la *variable linguistique* « température ». Pour chacun de ces prédicats, on associe une *fonction d'appartenance* $\mu_{\text{prédicat}}(x)$. À titre d'exemple, si l'on désire représenter la manière de classer un groupe d'individus par leur âge par les ensembles flous *jeune, moyen* et *vieux*, on pourrait procéder comme dans la Figure 3.9.

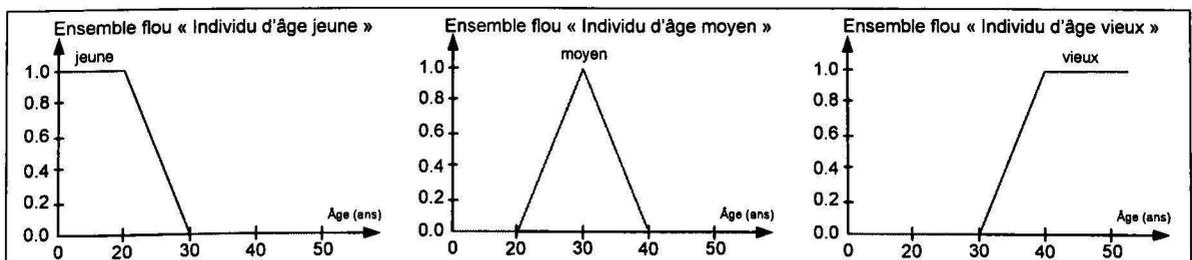


Figure 3.9 Ensembles flous jeune, moyen et vieux.

En regroupant les trois fonctions d'appartenance, la partition floue forme l'univers du discours *âge* qui est illustrée à la Figure 3.10.

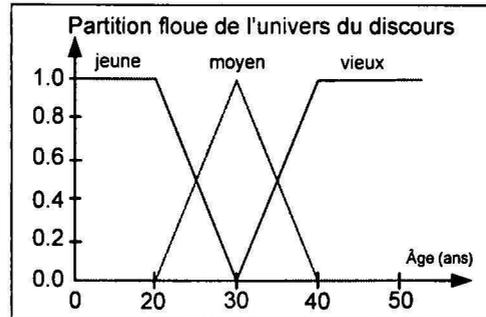


Figure 3.10 Partition floue de l'univers du discours « âge ».

Nous avons dit précédemment que l'opération de *fuzzification* consiste à déterminer le degré d'appartenance d'une valeur, mesurée par exemple, à un ensemble flou. Ainsi, un individu âgé de 28 ans appartient à l'ensemble *jeune* à 25 % et à l'ensemble *moyen* à 75 %, et il n'appartient pas à l'ensemble *vieux*. Le degré d'appartenance de l'individu est donc $\mu_{jeune}(x) = 0.25$, $\mu_{moyen}(x) = 0.75$ et $\mu_{vieux}(x) = 0$ (voir Figure 3.11).

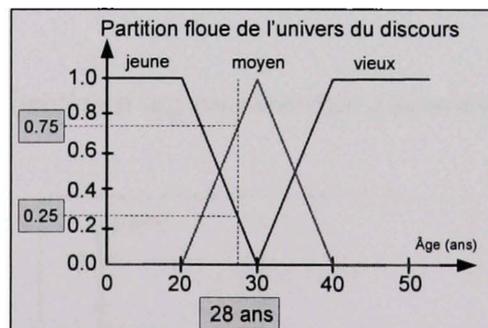


Figure 3.11 Degré d'appartenance d'un individu de 28 ans.

3.3.1.3 Les différentes formes des fonctions d'appartenance

L'univers du discours est partitionné en plusieurs sous-ensembles flous représentés par leurs *fonctions d'appartenance*. Cette *fonction d'appartenance* peut être représentée par plusieurs formes, mais les plus usuelles sont triangulaires, trapézoïdales ou gaussiennes. Lorsque

l'univers du discours est défini par des segments de droite, exemple par des formes triangulaires ou trapézoïdales, cette partition est dite *linéaire par morceaux*. Ces dernières formes sont souvent utilisées, car elles sont simples et comportent des zones où la notion est vraie, des zones où elle est fausse, ce qui rend plus naturelle l'acquisition de l'expertise.

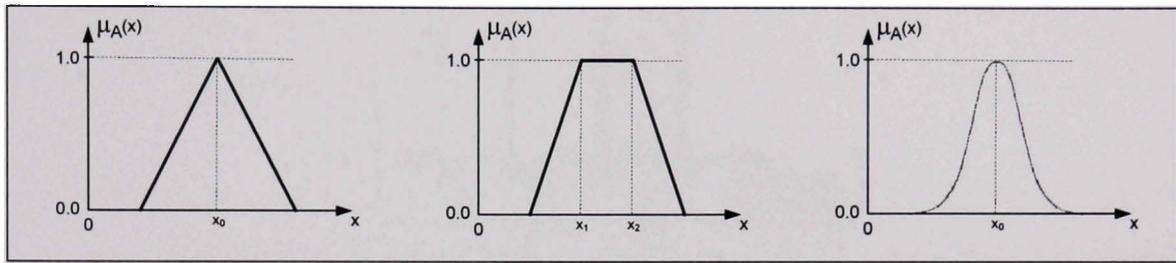


Figure 3.12 Les principales formes de fonctions d'appartenance.

Lorsqu'une fonction d'appartenance est partout nulle, sauf en un point, on a un *singleton*. Un *singleton* est défini par une *fonction d'appartenance*, $\mu_A(x)$, qui décrit le degré avec lequel l'élément x appartient à A telle que :

$$\mu : x \in A \rightarrow \mu_A(x) \in \{0,1\} = \begin{cases} \mu_A = 1 & \text{pour } x = x_0 \\ \mu_A = 0 & \text{pour } x \neq x_0 \end{cases} \quad (3.10)$$

La Figure 3.13 illustre une *fonction d'appartenance* de type *singleton*.

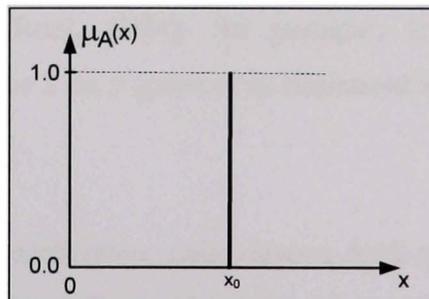


Figure 3.13 Fonction d'appartenance de type singleton.

Les *fonctions d'appartenance* de type *singleton* sont utilisées plus particulièrement pour une grandeur de sortie d'un système flou. La Figure 3.14 illustre les fonctions d'appartenance de

type *singleton* pour un système de contrôle d'un feu de circulation. Par exemple, la couleur du feu tricolore est de la classe « Le feu est vert ».

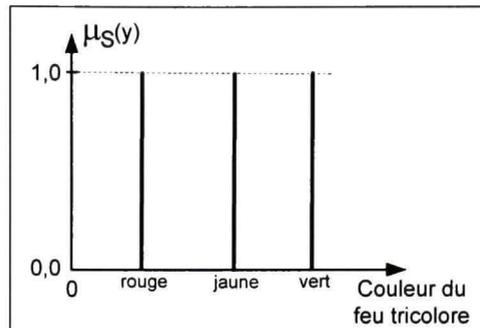


Figure 3.14 Fonctions d'appartenance de type singleton pour une sortie.

3.3.1.4 Considération sur les fonctions d'appartenance

Après avoir déterminé les variables et les valeurs linguistiques des fonctions d'appartenance, il faut choisir le nombre et la forme des fonctions d'appartenance. Le nombre de fonctions d'appartenance dans un univers du discours dépend essentiellement de l'application et de l'expertise. Toutefois, il est d'usage courant de partitionner l'univers du discours en 3, 5, 7, 9 ou 11 zones. Un plus grand nombre de zones augmente la sensibilité de la commande floue. En revanche, la littérature précise qu'un univers de discours partitionné en un trop grand nombre de zones diminue la cadence du fonctionnement du système flou sans augmenter les performances pour autant (Ruel, 1994). En pratique, les systèmes flous utiliseront, habituellement, une partition de 3 ou 5 zones et se limiteront à une partition ne dépassant pas 7 zones.

Lors de l'élaboration de la *fuzzification*, nous devons également attribuer une signification numérique à chaque quantificateur flou – *Fonction d'appartenance*. On sait qu'un ensemble flou est caractérisé par un support et un noyau. Les ensembles flous de type trapézoïdal, par conséquent, utilisent deux points pour le support et deux points pour le noyau. La Figure 3.15 montre un exemple d'un ensemble flou B avec la partition suivante : 43, 70, 85 et 110.

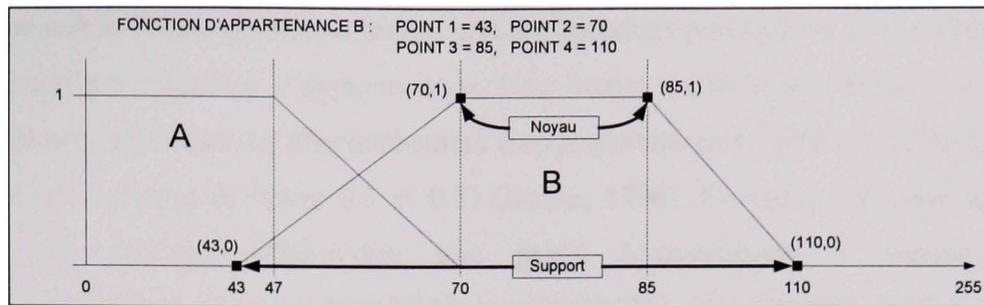


Figure 3.15 Partition d'un ensemble flou de type trapézoïdal.

L'assignation des valeurs numériques de chaque quantificateur flou consiste à définir les valeurs numériques du noyau et du support de chaque *fonction d'appartenance*. Il est à noter que pour une forme triangulaire le noyau est nul; par le fait même, les valeurs numériques du noyau sont identiques. Il existe plusieurs façons de définir les valeurs numériques de chaque *fonction d'appartenance*; elles peuvent être symétriques et distribuées de manière équidistante. Elles peuvent également être symétriques et distribuées de manière non équidistante. Et finalement, elles peuvent être non symétriques et non équidistantes. La Figure 3.16 illustre les différentes répartitions d'un univers du discours.

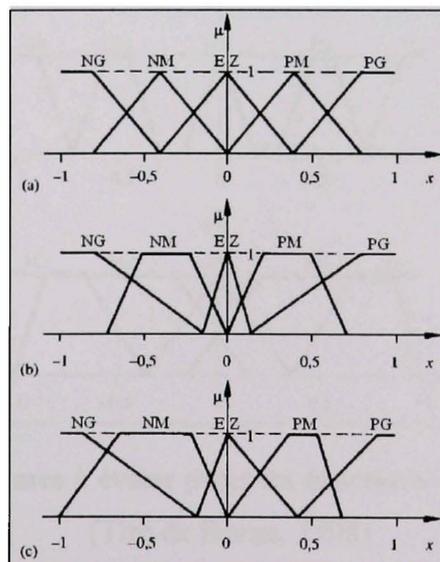


Figure 3.16 Différentes formes possibles pour les fonctions d'appartenance
 (a) symétriques et équidistantes, (b) symétriques et non équidistantes et
 (c) non symétriques et non équidistantes.

(Tiré de Borne, 1998)

Quelle que soit la forme choisie, il faudra prendre certaines précautions dans l'élaboration et la disposition des *fonctions d'appartenance*. Une bonne partition sera formée de *fonctions d'appartenance* en évitant un chevauchement trop important ou trop faible de deux *fonctions d'appartenance* contiguës (entre 0.3 et 0.7) (Borne, 1998). En effet, une zone morte dans l'univers du discours, c'est-à-dire une partie n'appartenant à aucune *fonction d'appartenance*, conduira à une instabilité du système flou. À l'inverse, un chevauchement trop important conduira à un appauvrissement des performances du système flou. De manière générale, le chevauchement des zones est de 50 % par rapport à l'axe des ordonnées.

Un autre critère est d'éviter, pour les formes simples, de permettre qu'une partie de l'univers du discours puisse être représentée par plus de deux variables linguistiques dont la fonction d'appartenance est non nulle. Ce qui créerait ainsi de l'imprécision lors de l'étape de calcul de la *fuzzification*. De même, on préférera les triangles ou trapèzes aux gaussiennes ou autres fonctions compliquées, dévoreuses d'espace mémoire et nécessitant un temps de calcul plus long lorsque le contrôleur est en fonction.

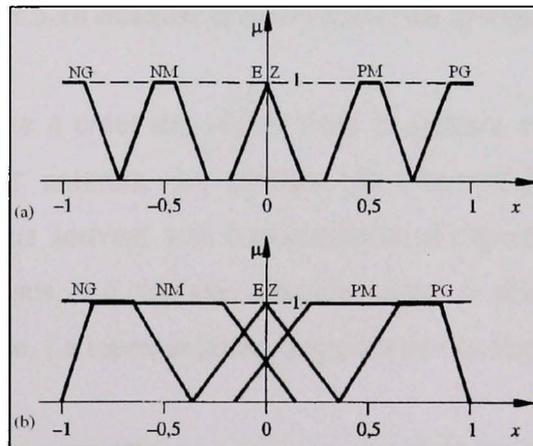


Figure 3.17 Formes à éviter pour les fonctions d'appartenance.
(Tiré de Borne, 1998)

En conclusion, la *fuzzification* consiste à déterminer le degré d'appartenance de chaque *variable linguistique*, pour chaque cycle, sur laquelle porteront les règles d'inférence qui détermineront la *défuzzification*.

3.3.2 Différentes méthodes d'inférences floues

L'inférence floue est le processus d'élaboration des relations qui existent entre les variables d'entrées (exprimées comme variables linguistiques) et la variable de sortie (également exprimée comme variable linguistique). Ces relations fournissent ensuite *la base des règles (BR)* à partir de laquelle les décisions peuvent être prises. Le processus de l'inférence floue implique tous les éléments qui sont décrits dans les sections précédentes : les fonctions d'appartenance, les opérateurs à LF et les règles de type « Si...Alors ». Le module d'inférence est constitué de deux blocs, le moteur d'inférence et la *base des règles*.

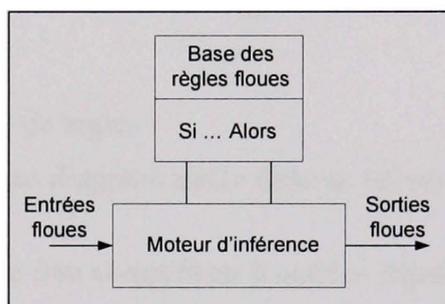


Figure 3.18 Module d'inférence d'un système flou.

La première étape consiste à créer des règles dont la syntaxe est très stricte bien que les termes utilisés paraissent naturels. La création de l'ensemble des règles de contrôle linguistique recourt le plus souvent aux connaissances d'experts ou d'opérateurs qualifiés travaillant sur le processus. Le réglage découle donc a priori des connaissances du fonctionnement du système. La représentation linguistique des règles est la suivante :

Si antécédent 1 ET antécédent 2 ALORS conséquence 1

où :

Antécédent : variable d'entrée

Conséquence : variable de sortie

ET : opérateur de base (parfois pour certaines applications l'opérateur est **OU**)

Exemple:

Si température élevée **ET** sol sec **ALORS** durée d'arrosage longue **OU**

Si température normale **ET** sol humide **ALORS** durée d'arrosage courte

La quantité de règles dépend du nombre d'entrées et du nombre de zones de chacune d'elles. Si l'on considère n univers de discours U_i pour les entrées du système flou et que chaque univers U_i est partitionné en m_i fonctions d'appartenance floues, alors le nombre maximal de règles est donné par l'équation 3.11 (Elqaq, 2005; Tong-Tong, 1995).

$$r_{\max} = \prod_{i=1}^n m_i \quad (3.11)$$

où :

r_{\max} : nombre maximal de règles

m_i : nombre de fonctions d'appartenance dans un univers du discours

À titre d'exemple, un système flou comportant 2 entrées segmentées chacune en 5 fonctions d'appartenance (ou ensembles flous) générera une base de 25 règles maximum. Du fait que plusieurs règles doivent être évaluées à chaque cycle de fonctionnement du système flou, le nombre d'entrées aura une incidence sur le nombre de calculs que devra effectuer le système à chaque cycle. De plus, l'élaboration des règles étant réalisée par des experts ou opérateurs qualifiés travaillant sur le processus et recourant le plus souvent à leurs connaissances, on comprendra que plus la dimension de la BR du système flou est grande, plus difficile sera l'élaboration des règles d'inférence et plus la cadence du fonctionnement du système flou diminuera.

« Un expert humain peut réagir efficacement pendant le contrôle d'un système sans avoir à chaque fois à utiliser toutes les règles. Il peut en effet contextualiser la base, ce qui lui permettra de sélectionner les règles appropriées au cas qui l'occupe. Cette optimisation est nécessaire à cause des capacités limitées de l'homme de mémoriser une grande quantité de règles. » (Eksioglu, 2000, p. 65)

Par conséquent, un système complexe qui aurait un nombre très élevé de règles entraînerait une limitation des performances du système flou. Lorsqu'on a établi la base des règles qui décrivent le fonctionnement, il faut choisir la méthode d'inférence floue, c'est-à-dire la méthode que le système doit employer pour calculer la fonction de sortie à l'aide des relations qui existent entre les variables d'entrées et la variable de sortie utilisant la base des règles.

L'inférence floue se compose de deux étapes : l'implication des antécédents et l'agrégation des règles. L'implication des antécédents consiste à déterminer par un opérateur flou le poids de chacune des conséquences des règles impliquées. Pour déterminer l'implication, il faut utiliser un opérateur de conjonction traduisant le **ET**. Quant à l'agrégation, elle permet de faire la synthèse des solutions de chaque implication. Cette synthèse nous permet de déterminer la variable de sortie finale floue. Pour déterminer cette variable, à l'aide de l'agrégation, il faut utiliser un opérateur de disjonction traduisant le **OU**. En prenant par exemple un ensemble de règles floues du genre :

- R_1 : **Si** $(x \in A_1)$ **ET** $(y \in B_1)$ **ALORS** $(z \in C_1)$ **OU**
 R_2 : **Si** $(x \in A_2)$ **ET** $(y \in B_2)$ **ALORS** $(z \in C_2)$ **OU**
 R_3 : **Si** $(x \in A_3)$ **ET** $(y \in B_3)$ **ALORS** $(z \in C_3)$ **OU**
 R_4 : **Si** $(x \in A_4)$ **ET** $(y \in B_4)$ **ALORS** $(z \in C_4)$

L'implication sous forme de conjonction de la représentation numérique des règles est définie par une norme triangulaire, appelée la *t-norme* (Bouchon-Meunier, Foulloy et Ramdani, 1998). Par conséquent, pour les quatre règles ci-dessus, on a donc :

$$f_{R_i}(x, y) = T(\mu_{A_i}(x), \mu_{B_i}(y)) \quad (3.12)$$

où

f_{R_i} est la fonction d'appartenance i de la relation floue (règle) i ;

T est la norme triangulaire représentant la conjonction.

L'agrégation sous forme de disjonction de la représentation numérique de la synthèse des solutions de chaque implication est définie par une conorme triangulaire, appelée la *t-conorme*. Ainsi, l'ensemble flou inféré pour la variable de sortie U_{sf} est défini par le *modus ponens* généralisé suivant :

$$\mu_C(z) = \perp \left[T \left(\mu_{A_i}(x), \mu_{B_i}(y) \right) \right] \quad (3.13)$$

où

\perp est la conorme triangulaire représentant la disjonction.

Dans ce cas, la variable de sortie floue U_{sf} est définie par ses degrés d'appartenance $\mu_C(z)$ aux différents ensembles C_i .

Dans la littérature, il existe plusieurs types de systèmes d'inférence floue qui peuvent être mis en œuvre dans les systèmes flous (Yen *et al.*, 1995). Par exemple, la méthode de *Mamdani* qui utilise les opérateurs *min* et *max* pour l'implication et l'agrégation, ou encore la méthode de Larsen qui utilise un *produit* et l'opérateur *max*, ou celle de *Sugeno* (Takagi, Yamaguchi et Sugeno, 1992) qui utilise une fonction linéaire ou une constante pour les signaux de sortie (Dadone, 2001). Les deux méthodes qui sont les plus largement utilisées en pratique sont la *méthode de Mamdani* et la *méthode de Sugeno* (Jihong, 1993). Ces deux types de systèmes d'inférence varient quelque peu dans la façon dont les résultats sont déterminés.

Les *modèles de Mamdani* permettent une description linguistique du système par une base des règles basée sur l'approche proposée par Zadeh (Nakoula, 1997). La méthode d'inférence floue de type *Mamdani* est la méthodologie la plus couramment utilisée. Rappelons que la *méthode Mamdani* a été parmi les premières à être utilisée dans les systèmes de contrôle construit en utilisant la théorie des ensembles flous. Bien que le processus d'inférence de type *Mamdani* n'ait pas été retenu dans la mise en œuvre du logiciel découlant de ce projet, nous la décrivons tout de même dans la section suivante.

Les *modèles linguistiques*, ou *modèles de Mamdani* ont certaines limites. Entre autres, Nakoula (1997, p. 31) spécifie que « Les modèles linguistiques ne permettent pas d'intégrer directement des connaissances objectives sur le système qui ne sont pas exprimées par des ensembles flous », ce qui démontre l'intérêt de la *méthode de Sugeno*. *Sugeno* et ses collaborateurs ont proposé un modèle de type numérique, dans lequel les parties conséquentes des règles du CF sont une représentation fonctionnelle numérique, ou dans le cas simplifié, par des nombres réels au lieu des sous-ensembles flous (Nakoula, 1997). Ceci permet de prendre en compte des connaissances exprimées sous forme analytique décrivant la structure physique d'un système. Avec ce modèle, utilisant des nombres réels pour la sortie, l'ensemble flou de l'inférence des conséquences sera un ensemble flou discret avec un nombre fini de points, ce qui peut simplifier grandement le calcul de l'algorithme de *défuzzification* (Khan et Rapal, 2006). Nous présenterons les principes de base de la *méthode de Sugeno* à la section 3.3.2.2.

3.3.2.1 Inférence floue de type Mamdani

Nous avons vu qu'on définit l'intersection (conjonction) et l'union (disjonction) à l'aide de deux relations floues, la t-norme et la t-conorme. Leurs définitions ne sont pas uniques (Alata, 2001). Dans le *modèle de Mamdani*, la conjonction (des antécédents) est usuellement interprétée par l'opération *min* (Zadeh) et la disjonction (des règles) comme le *max*, appelée la *méthode max-min*. La t-norme et la t-conorme, selon le *modèle de Mamdani* sont définies comme suit :

$$\text{t-norme : } \mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (3.14)$$

$$\text{t-conorme : } \mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (3.15)$$

où

\cap est l'opérateur d'intersection représentant la conjonction *min* (t-norme).

\cup est l'opérateur d'union représentant la disjonction *max* (t-conorme).

Ainsi, l'implication utilise l'opérateur *min* et l'agrégation l'opérateur *max*. La Figure 3.19 illustre le modèle d'inférence de *Mamdani*.

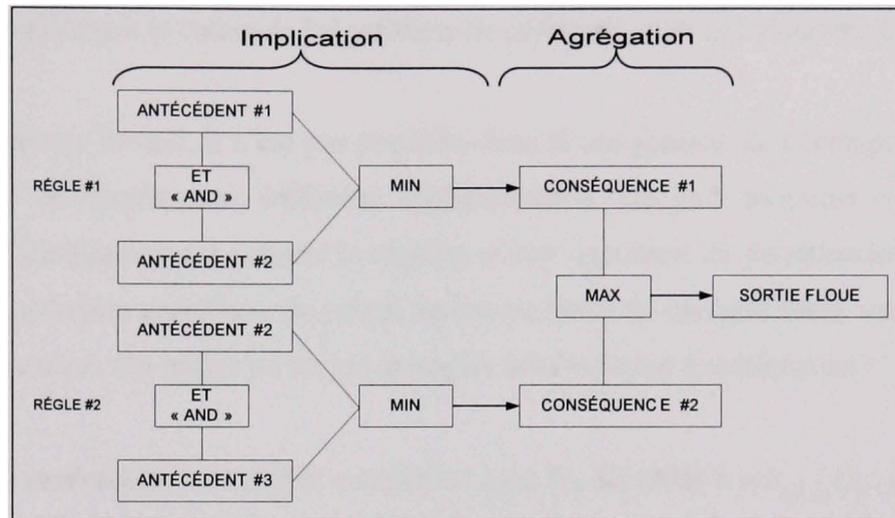


Figure 3.19 Méthode d'inférence MAX-MIN (Mamdani).

3.3.2.2 Inférence floue de type Sugeno

Le processus d'inférence floue de type *Mamdani*, dont nous avons fait référence à la section précédente, est connu comme la méthodologie la plus commune. Par contre, plusieurs contrôleurs flous utilisent des règles d'inférences où la variable de sortie est obtenue en relation avec les entrées, appelée *la méthode d'inférence floue de type Sugeno* (Uncu, 2003). Dans cette section, nous discuterons du processus d'inférence floue de type *Sugeno*, ou Takagi-Sugeno-Kang (TSK). Introduite en 1985 par les chercheurs Takagi, Sugeno et Kang, elle est semblable à la *méthode Mamdani* à bien des égards (Al-Zahrani, 2005). Les deux premières parties de l'inférence floue, qui traitent de la *fuzzification* des entrées et de l'application de l'opérateur flou, sont exactement les mêmes. La principale différence entre les *méthodes de Mamdani* et *Sugeno* est que les fonctions d'appartenance des sorties de type *Sugeno* sont soit linéaires ou soit constantes. Une règle typique dans un processus d'inférence floue de type *Sugeno* a la forme suivante :

$$\text{Si antécédent 1} = x \text{ ET antécédent 2} = y \text{ ALORS Sortie } z = ax + by + c$$

Pour un modèle de type *Sugeno* d'ordre zéro, la sortie z est égale à une constante ($a=b=0$). Avec ce modèle, utilisant des nombres réels pour la sortie, l'ensemble flou de l'inférence des conséquences sera un ensemble flou discret avec un nombre fini de points, ce qui peut simplifier grandement le calcul de l'algorithme de *défuzzification* (Al-Zahrani, 2005).

D'un point de vue formel, il n'est pas possible, dans le cas général, de décomposer un CF de type *Sugeno* en *fuzzification*, inférence, *défuzzification*. On peut toutefois considérer son principe de fonctionnement comme le résultat d'une opération de *fuzzification* symbolique suivi d'une opération spécifique de calcul agrégeant ainsi, en quelque sorte, une inférence et une *défuzzification*. On utilise ici un jeu de règles dont la forme générique est :

Si antécédent 1 est A_i ET antécédent 2 est B_j , ALORS $u = h_{g(i,j)}(x_0, y_0)$

Exemple :

Si température est élevée ET humidité est sèche, ALORS $u = 45 + 0.5 \cdot x + 5 \cdot y$

3.3.3 Règles floues

3.3.3.1 Évaluation des règles

L'évaluation des règles est une étape très importante du système d'inférence. Elle permet de calculer la valeur de la variable de sortie finale floue à partir des entrées floues issues de la *fuzzification* et de l'ensemble de la base des règles en utilisant une *méthode d'inférence* (Mizumoto, 1995). Dans un premier temps, nous allons présenter une évaluation des règles selon le *modèle de Mamdani*, appelée *la méthode max-min*. Considérons, la suite de raisonnements flous suivante :

Règle 1 : $A_1 \text{ ET } B_1 \Rightarrow C_1$

Règle 2 : $A_2 \text{ ET } B_2 \Rightarrow C_2$

⋮

Règle n : $A_n \text{ ET } B_n \Rightarrow C_n$

Fait : x_0 et y_0

Conséquence : C'

où

A_i est un ensemble flou de X ;

B_i est un ensemble flou de Y ;

C_i est un ensemble flou de Z ;

$x_0 \in X$ et $y_0 \in Y$

La Figure 3.20 illustre l'évaluation des règles selon *la méthode max-min*.

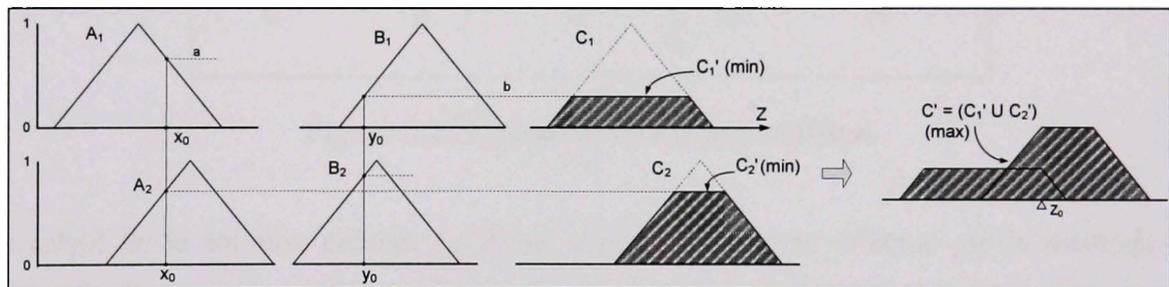


Figure 3.20 Évaluation des règles selon la méthode max-min (Mamdani).

(Tiré de Mizumoto, 1995)

Le résultat de l'implication C_i' est donné par l'opérateur *min*, il est défini par :

$$\mu_{C_i'}(z) = \min(\mu_{A_i}(x), \mu_{B_i}(y)) \quad (3.16)$$

La conséquence finale C' est donnée par l'agrégation utilisant l'opérateur *max*. Elle est définie comme suit :

$$C' = \max(C_1', C_2', \dots, C_n') \quad (3.17)$$

Finalement, le calcul de l'évaluation des règles utilisant le *modèle de Mamdani* est généralisé par :

$$\mu_{C_i}(z) = \max \left[\min \left(\mu_{A_i}(x), \mu_{B_i}(y) \right) \right] \quad (3.18)$$

où

$\mu_{C_i}(z)$ est la valeur de la variable de sortie floue.

La Figure 3.21 illustre un exemple de variable de sortie floue.

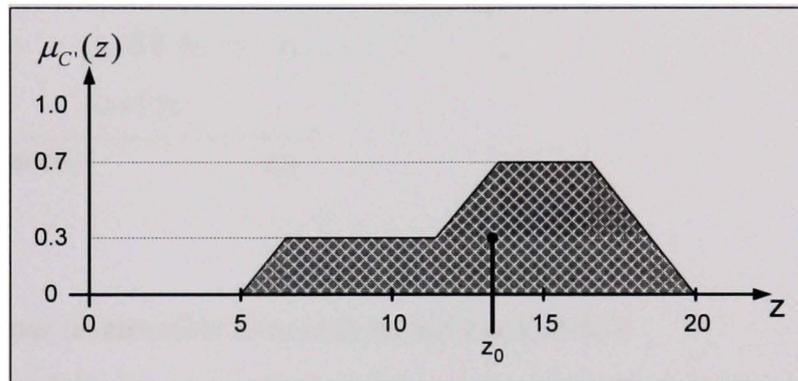


Figure 3.21 Ensemble flou d'une solution.

Le calcul de la solution précise, z_0 , d'une solution floue sera effectué par la méthode de *défuzzification* que nous allons présenter dans la section suivante.

Nous allons maintenant présenter *la méthode d'inférence floue de type Sugeno* qui peut être obtenue en remplaçant les fonctions d'appartenance de la sortie soit par des fonctions linéaires ou soit par des constantes. À partir de la *méthode Mamdani*, nous pouvons définir une méthode de raisonnement flou simplifiée (Mizumoto, 1995) de *type Sugeno* dont la forme de raisonnement flou est la suivante :

Règle 1 : $A_1 \text{ ET } B_1 \Rightarrow z_1$

Règle 2 : $A_2 \text{ ET } B_2 \Rightarrow z_2$

⋮

Règle n : $A_n \text{ ET } B_n \Rightarrow z_n$

Fait : x_0 et y_0

Conséquence : z_{s0}

où

z_{si} n'est pas un ensemble flou, mais un nombre réel de Z .

Lorsque la *méthode de Sugeno* est d'ordre zéro, z_{si} est une constante; en conséquence, z_{si} est considéré comme une forme de *fonction d'appartenance de type singleton*. La Figure 3.22 illustre l'évaluation des règles selon *la méthode Sugeno*.

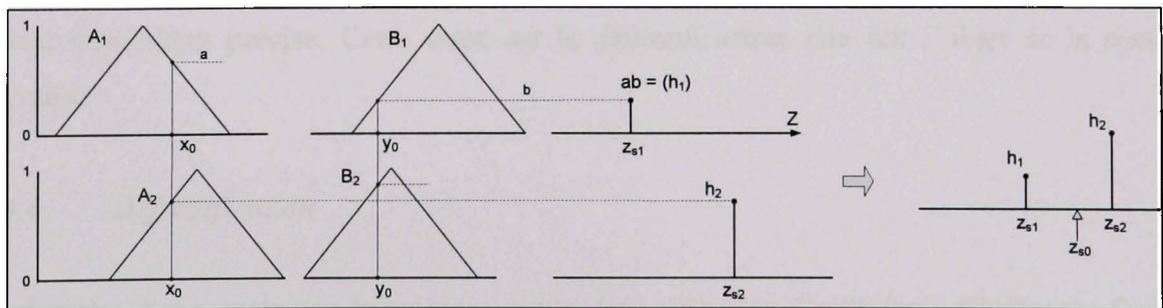


Figure 3.22 Évaluation des règles selon la méthode Sugeno.

(Tiré de Mizumoto, 1995)

Le résultat de l'implication h_i est donné par l'opérateur *min* qui est défini par :

$$h_i = \min(\mu_{A_i}(x), \mu_{B_i}(y)) \quad (3.19)$$

La conséquence finale z_{s0} est donnée par la moyenne pondérée du produit des z_{si} par le résultat de l'implication h_i . Elle est définie comme suit :

$$z_{s0} = \frac{h_1 \cdot z_1 + h_2 \cdot z_2 + \dots + h_n \cdot z_n}{h_1 + h_2 + \dots + h_n} \approx z_0 \quad (3.20)$$

L'implication h_i , appelé *le degré de vérité* ou *le degré d'activation*, peut être considéré comme le degré avec lequel z_{si} est obtenu.

Pratiquement, la *méthode de Sugeno* est beaucoup plus facile à réaliser vu que l'équation de la conséquence finale est donnée par une moyenne pondérée. Par contre, le *modèle de Mamdani* offre une meilleure interprétation sémantique que le modèle de Sugeno. En conclusion, la seconde étape d'un système flou, qui consiste en une évaluation des règles d'inférence entre les entrées et les sorties, nous a donc permis d'obtenir le sous-ensemble flou de la solution. Par contre, pour utiliser pratiquement ce résultat, il faut lui donner une valeur numérique précise. Cette étape est la *défuzzification*, elle fait l'objet de la section suivante.

3.3.4 *Défuzzification*

La dernière étape, mais non la moindre, est la *défuzzification*. Le système d'inférence fournit une sortie floue par l'évaluation des règles à la suite d'une ou plusieurs entrées réelles. Se pose alors le problème de lui donner une représentation floue approximative ou une valeur précise, c'est la *défuzzification*. La *défuzzification* est généralement l'une des tâches les plus gourmandes en temps d'opération du traitement flou (Uncu, 2003). Il existe de nombreuses

méthodes de *défuzzification*, mais seulement quatre sont pratiquées. Les méthodes les plus couramment utilisées sont :

- la méthode du centre de gravité;
- la méthode des maximums;
- la méthode des surfaces;
- la méthode des hauteurs.

Bien que le choix soit d'une façon ou d'une autre subjectif, nous nous limitons ici à la présentation de la méthode du centre de gravité, traditionnellement utilisée par les contrôleurs flous (Yen *et al.*, 1995).

3.3.4.1 *Défuzzification* par la méthode du centre de gravité

En général, la méthode du centre de gravité (CDG) est basée sur le calcul de l'abscisse correspondant au centre de gravité de la surface du sous-ensemble flou de la solution déterminée par l'agrégation de l'action des règles floues. La Figure 3.23 illustre une solution floue β dont la solution précise, z_0 , est donnée par la méthode du centre de gravité.

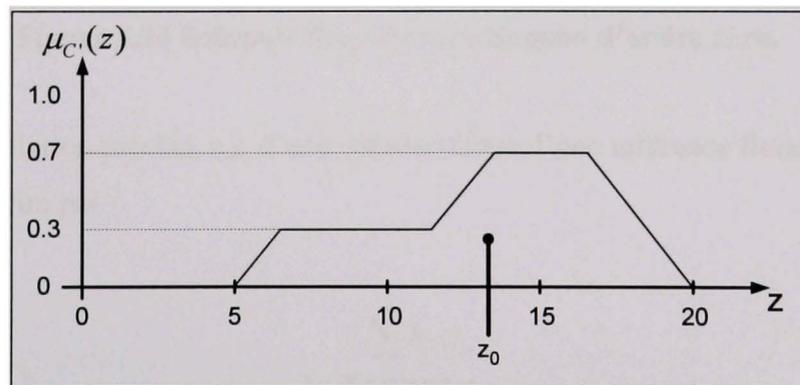


Figure 3.23 Méthode du centre de gravité.

Le calcul de la solution précise, z_0 , d'une solution floue à l'aide de la méthode du centre de gravité est défini par :

$$z_0 = \frac{\int_z f_\beta(z) \cdot z \, dz}{\int_z f_\beta(z) \, dz} \quad (3.21)$$

Dans le cas où la méthode d'inférence de *type Sugeno d'ordre zéro* est utilisée, la *défuzzification* est donnée par la moyenne pondérée. On calcule individuellement les sorties, z_{si} , relatives à chaque règle selon le principe de la moyenne des maxima, puis on réalise leur moyenne pondérée. La Figure 3.24 illustre une solution floue dont la solution précise, z_{s0} , est donnée par la moyenne pondérée.

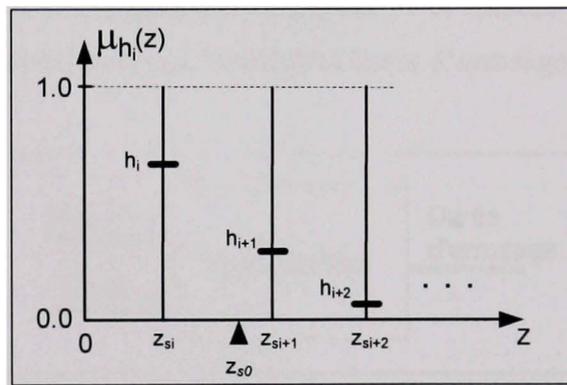


Figure 3.24 Solution floue de type Sugeno d'ordre zéro.

Le calcul de la solution précise, z_{s0} , d'une solution floue d'une inférence floue par la *méthode de Sugeno* est défini par :

$$z_{s0} = \frac{\sum_1^n h_i \cdot z_{si}}{\sum_1^n h_i} \quad (3.22)$$

En conclusion, il n'y a pas vraiment de bonne ou de mauvaise méthode de *défuzzification*. Le choix de la méthode de *défuzzification* est conditionné par un compromis entre la facilité et la performance, selon la sensibilité du maître d'œuvre et sa perception du problème.

3.4 Illustration de la logique floue à l'aide d'un exemple

Dans le but de mieux comprendre la problématique envisagée, nous proposons, avant l'étude rigoureuse des divers aspects relatifs à la mise en œuvre des contrôleurs à LF, d'examiner l'exemple qui suit dans le but de donner une bonne idée de la LF en vue de permettre de mieux la comprendre.

3.4.1 *Fuzzification* du système flou

Afin de mettre en évidence le principe fondamental de la LF, nous présentons un exemple simple, celui d'un système de contrôle d'arrosage selon la température extérieure. On souhaite commander la durée d'arrosage à l'aide d'un système flou. Le système a deux entrées, soit la mesure de la température extérieure et la mesure de l'humidité du sol. Le système possède un signal de sortie qui contrôle la durée d'arrosage.

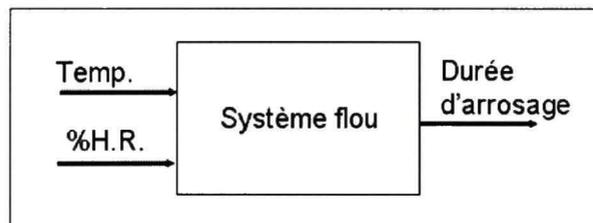


Figure 3.25 Schéma du système flou d'un contrôle d'arrosage.

Les étapes de *fuzzification* consistent à établir les fonctions d'appartenance dont voici les étapes :

1. Établir les *variables linguistiques*;
2. Établir les quantificateurs flous (nombre de *valeurs linguistiques*);
3. Attribuer une signification numérique à chaque quantificateur flou : *fonction d'appartenance*.

3.4.1.1 Établissement des variables linguistiques du système flou

Les entrées : température extérieure, degré d'humidité du sol.

La sortie : durée d'arrosage.

3.4.1.2 Établissement des quantificateurs flous et les fonctions d'appartenance

En premier lieu, nous établissons les quantificateurs flous et les fonctions d'appartenance pour les entrées du système. Pour la *fuzzification* de la température externe, nous choisissons cinq intervalles flous et des fonctions d'appartenance de types trapézoïdal et triangulaire. La gamme de l'univers du discours de la *variable linguistique* « température » est de 0 °C à 50 °C. Les prédicats « *froide, fraîche, normale, chaude et élevée* » sont les *valeurs linguistiques* de la *variable linguistique* « température ». Pour chacun de ces prédicats, on associe une *fonction d'appartenance* $\mu_{\text{prédicat}}(x)$. La Figure 3.26 illustre la répartition floue de la variable d'entrée température extérieure.

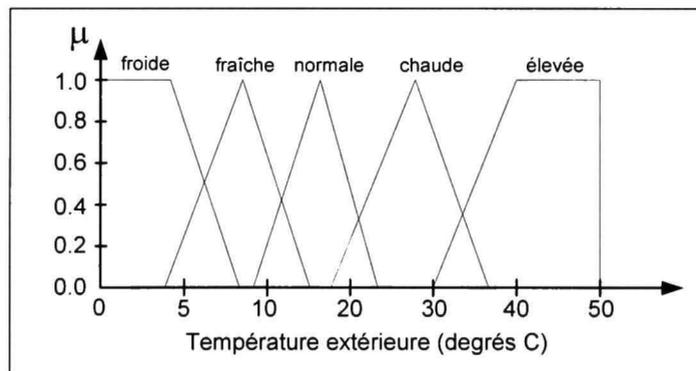


Figure 3.26 Répartition floue de la variable d'entrée température extérieure.

Nous choisissons trois intervalles flous et des fonctions d'appartenance de types trapézoïdal et triangulaire pour la *fuzzification* de l'humidité du sol en définissant le « *sec* » comme correspondant à une humidité de 30 %, le prédicat « *humide* » comme étant une humidité comprise entre 28 % et 62 % et le « *trempe* » comme étant une humidité supérieure à 65 %. La Figure 3.27 illustre la répartition floue de la variable d'entrée humidité du sol.

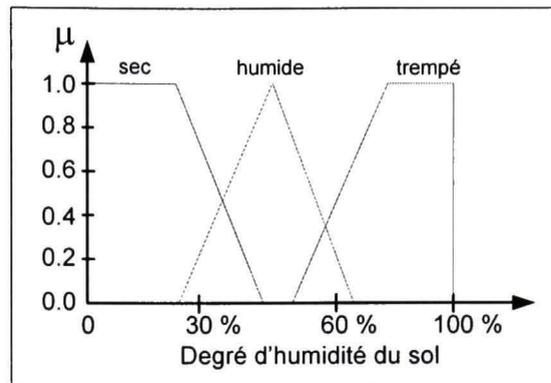


Figure 3.27 Répartition floue de la variable d'entrée humidité du sol.

Par la suite, nous établissons les quantificateurs flous et les fonctions d'appartenance pour la sortie du système. Nous choisissons trois intervalles flous et des fonctions d'appartenance de type trapézoïdale en définissant le prédicat « *courte* » comme correspondant à une durée d'arrosage inférieure à 12 minutes, le prédicat « *moyenne* » comme étant une durée d'arrosage comprise entre 25 et 35 minutes et le prédicat « *longue* » comme étant une durée d'arrosage supérieure à 42 minutes. La Figure 3.28 illustre la répartition floue de la variable de sortie durée d'arrosage.

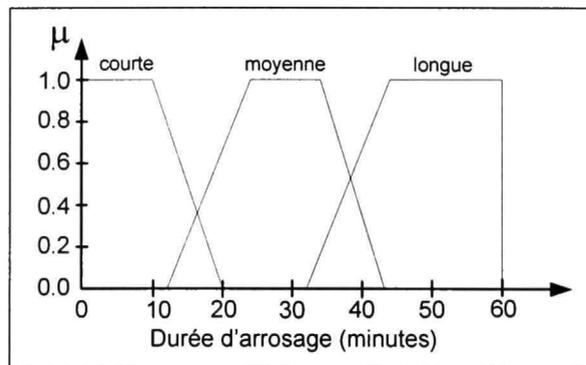


Figure 3.28 Répartition floue de la variable de sortie durée d'arrosage.

3.4.2 Établissement de la base des règles du système flou

La base des règles est définie par l'expertise d'un expert. L'expérience acquise sur la manipulation d'un système d'arrosage a permis de définir les quinze règles du système d'arrosage. Voici quatre exemples de la base des règles représentées sous une forme linguistique :

1. Si la température est « normale » ET le degré d'humidité du sol est « sec » ALORS la durée d'arrosage est « longue »;
2. Si la température est « froide » ET le degré d'humidité du sol est « humide » ALORS la durée d'arrosage est « courte »;
3. Si la température est « chaude » ET le degré d'humidité du sol est « sec » ALORS la durée d'arrosage est « longue »;
4. Si la température est « chaude » ET le degré d'humidité du sol est « humide » ALORS la durée d'arrosage est « moyenne ».

On peut représenter la base des règles sous forme de tableau ou de matrice. La base des règles complète est la suivante :

		Température				
		froide	fraîche	normale	chaude	élevée
Degré d'humidité du sol	trempe	courte	courte	courte	courte	courte
	humide	courte	moyenne	moyenne	moyenne	moyenne
	sec	longue	longue	longue	longue	longue

Durée d'arrosage

Figure 3.29 Base des règles sous forme de matrice.

3.4.3 Méthode d'inférence du système flou

La méthode d'inférence choisie est celle de *Mamdani*. Par conséquent, l'opérateur **ET** est réalisé par le calcul du *minimum*, tandis que l'opérateur **OU** est réalisé par le calcul du *maximum*.

3.4.4 Défuzzification du système flou

L'étape de *défuzzification* se fait à l'aide de la méthode de calcul du centre de gravité.

3.4.5 Exemple de calcul de toutes les étapes du système flou

On sait que la *fuzzification* consiste à déterminer le degré d'appartenance d'une valeur pour une variable d'entrée à un ensemble flou. Par exemple, prenons une température de 20°C et un degré d'humidité de 30 %, illustrées à la Figure 3.30.

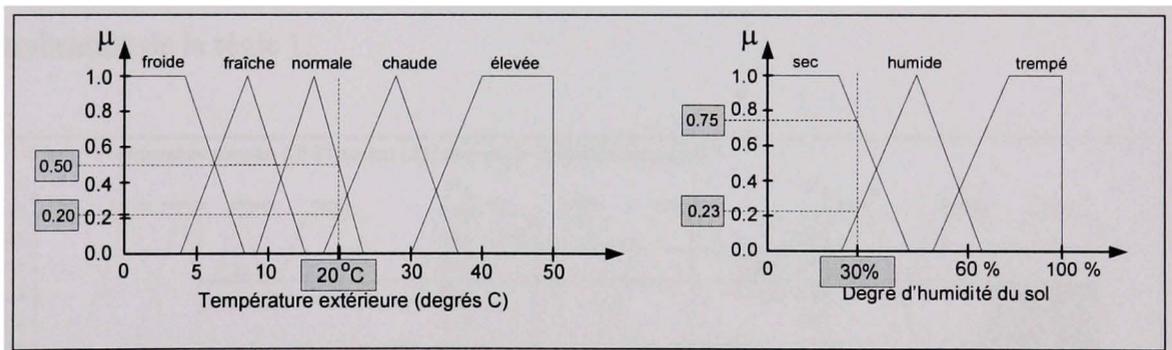


Figure 3.30 Exemple de *fuzzification*.

Dans ce cas, la température est « *normale* » à 0.5 et est « *chaude* » à 0.20. Tandis que le degré d'humidité est « *sec* » à 0.75 et est « *humide* » à 0.23. Le degré d'appartenance de la température mesurée (20°C) est donc $\mu_{\text{froide}}(x) = 0$, $\mu_{\text{fraîche}}(x) = 0$, $\mu_{\text{normale}}(x) = 0.50$, $\mu_{\text{chaude}}(x) = 0.20$ et $\mu_{\text{élevée}}(x) = 0$. De manière succincte, le degré d'appartenance de l'humidité mesurée (30 %) est $\mu_{\text{sec}}(y) = 0.75$ et $\mu_{\text{humide}}(y) = 0.23$.

L'implication consiste à déterminer le degré de vérité pour chaque conséquence. Il faut s'assurer de la pertinence de la fonction d'appartenance des conséquences. Les quatre règles d'inférence sollicitées sont les suivantes :

1. Si la température est « normale » ET le degré d'humidité du sol est « sec » ALORS la durée d'arrosage est « longue »;
2. Si la température est « froide » ET le degré d'humidité du sol est « humide » ALORS la durée d'arrosage est « moyenne »;
3. Si la température est « chaude » ET le degré d'humidité du sol est « sec » ALORS la durée d'arrosage est « longue »;
4. Si la température est « chaude » ET le degré d'humidité du sol est « humide » ALORS la durée d'arrosage est « moyenne ».

L'ensemble flou de conclusion de la règle 1 est construit en réalisant le « *minimum* » entre les deux degrés d'appartenance des antécédents. La Figure 3.31 illustre la conclusion de l'implication de la règle 1.

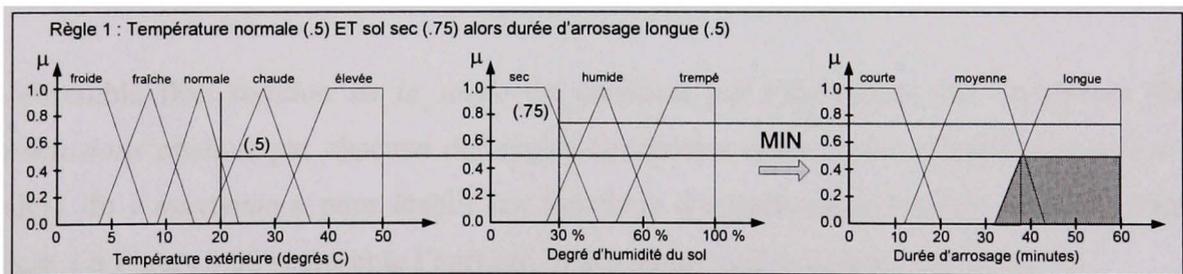


Figure 3.31 Règle 1 sollicitée par le système flou.

La Figure 3.32 illustre les conclusions des implications des règles 2, 3 et 4 sollicitées par le système flou pour les deux variables d'entrées.

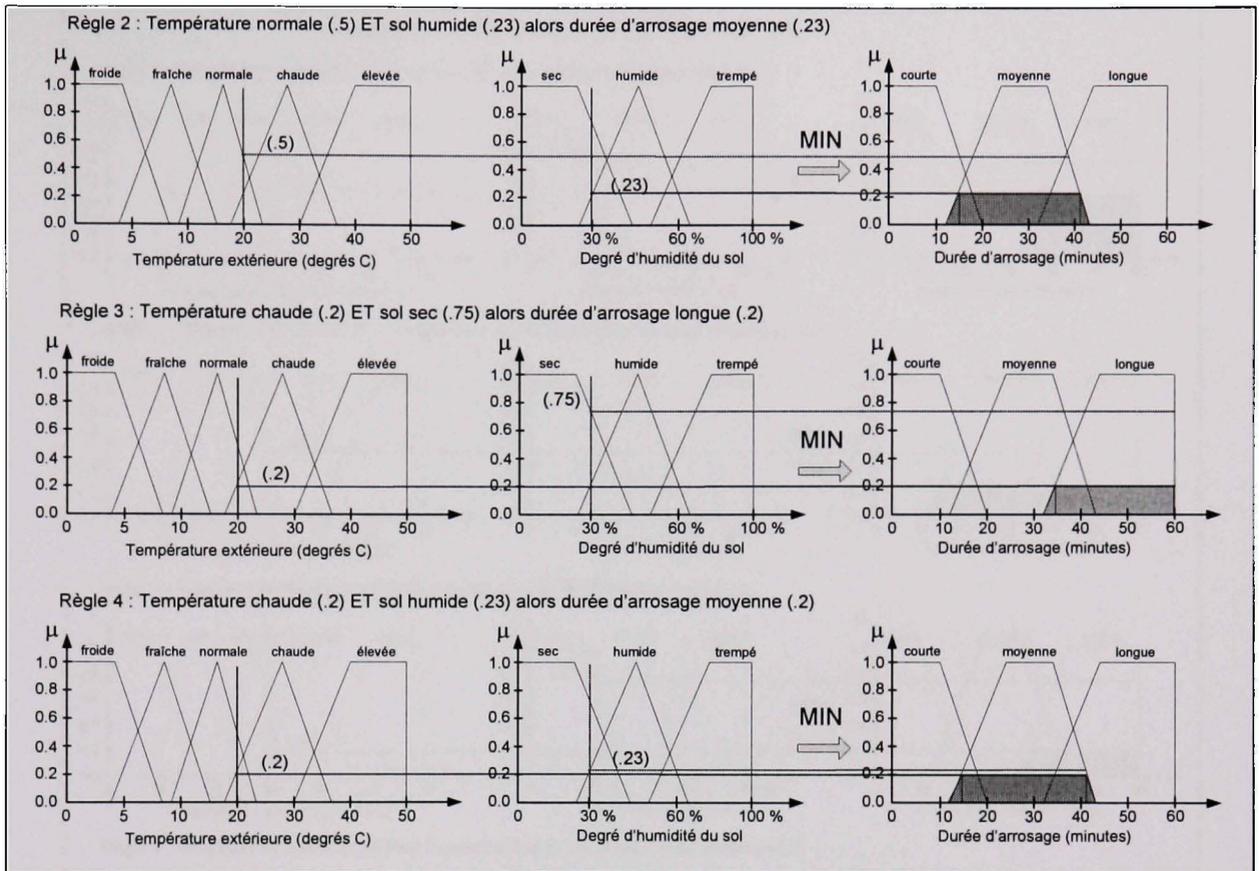


Figure 3.32 Règles 2, 3 et 4 sollicitées par le système flou.

L'ensemble flou *solution de la sortie* est construit par l'agrégation des *ensembles flous conclusions* obtenus par chacune des règles concernant cette sortie. L'agrégation utilise le calcul du « *maximum* » pour établir les fonctions d'appartenance résultantes pour chaque règle. La Figure 3.33 représente l'agrégation des quatre règles agissant sur la sortie.

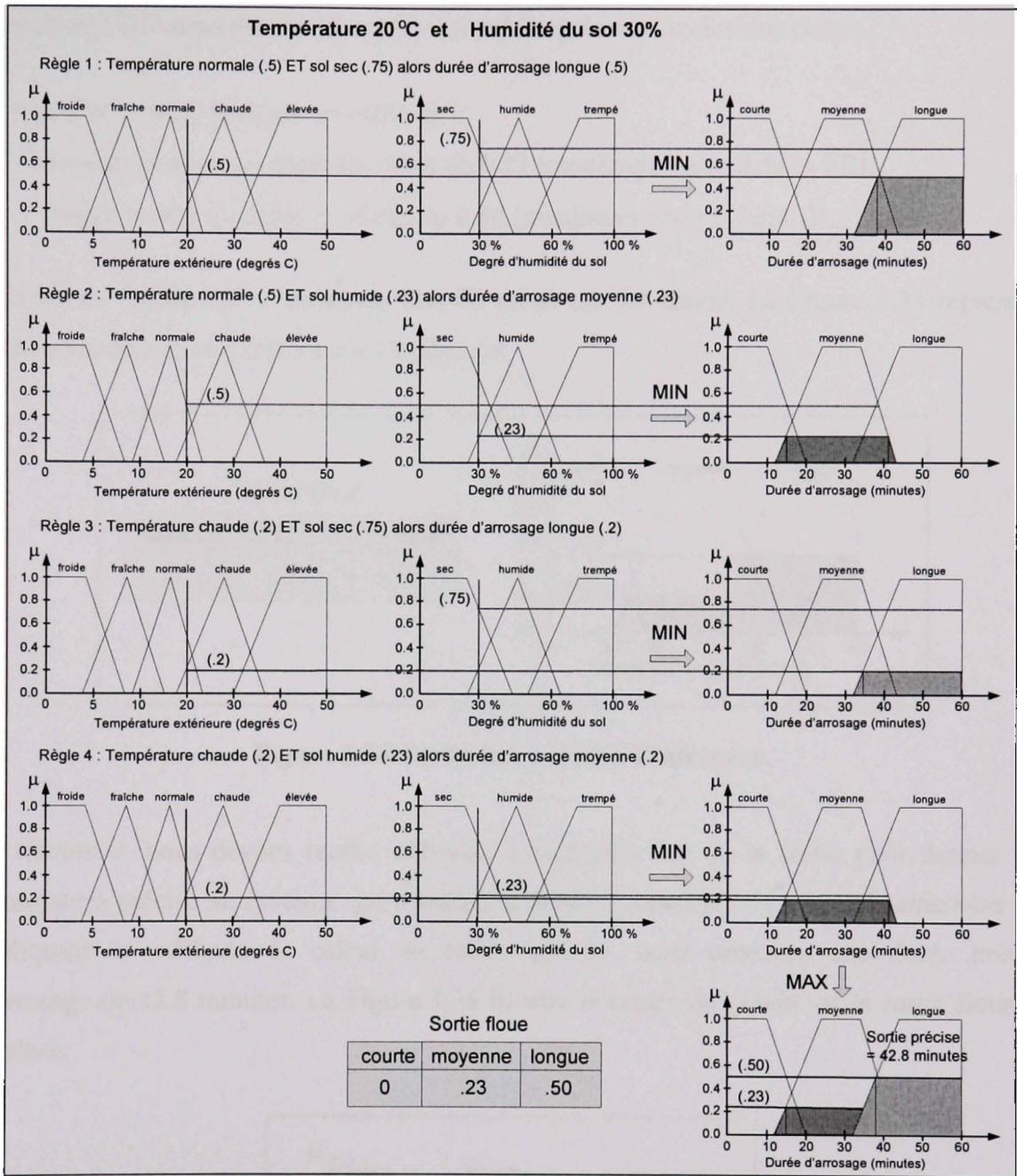


Figure 3.33 Agrégation des règles sur la sortie.

L'opérateur **OU** appliqué sur les règles qui ont les mêmes conclusions donne :

- « *courte* » avec un degré de vérité de 0;
- « *moyenne* » avec un degré de vérité de 0.23 (maximum entre 0.23 et 0.2);
- « *longue* » avec un degré de vérité de 0.50 (maximum entre 0.5 et 0.2).

À la fin de l'inférence, l'ensemble flou de sortie est déterminé. La Figure 3.34 représente l'ensemble flou de la sortie suite à l'inférence.

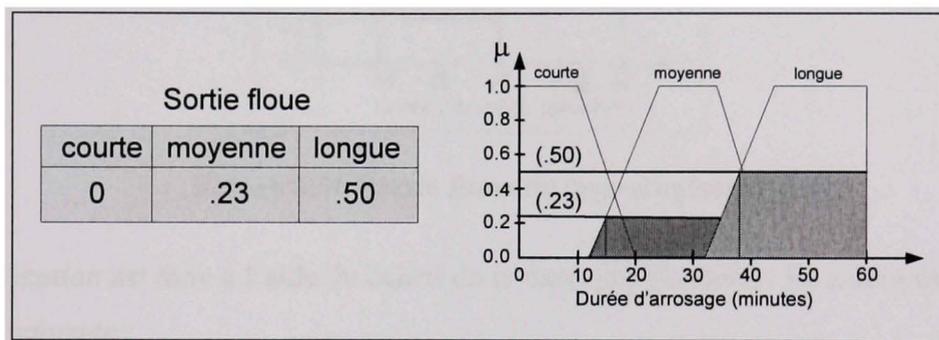


Figure 3.34 Sortie floue suite à l'inférence.

En terminant, nous devons rendre utilisable l'ensemble flou de la sortie pour donner une information précise au système qui contrôle la durée d'arrosage, c'est la *défuzzification*. En appliquant la méthode de calcul du centre de gravité, nous obtenons une durée précise d'arrosage de 42.8 minutes. La Figure 3.35 illustre le centre de gravité de la sortie floue du système.

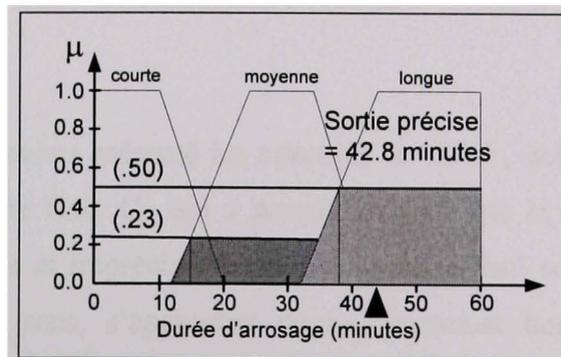


Figure 3.35 Centre de gravité de la sortie floue.

Selon la précision requise, le centre de gravité peut être calculé approximativement en utilisant la *méthode d'inférence de type Sugeno* d'ordre zéro. À cette fin, les formes des fonctions d'appartenance de la sortie sont de type *singleton*. La Figure 3.36 représente le résultat d'une *inférence floue de type Sugeno* d'ordre zéro.

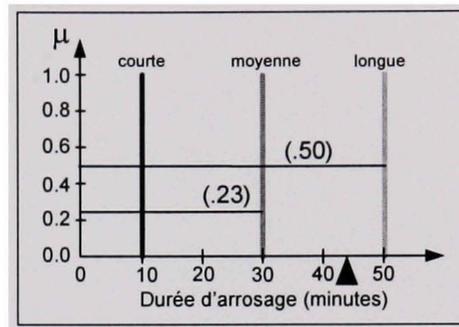


Figure 3.36 Sortie floue de type singleton.

La *défuzzification* est faite à l'aide du calcul de la moyenne pondérée. Le calcul est donné par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \text{sortie précise } (z_{s_0}) &= \frac{\sum_i (\text{sortie floue})_i \times (\text{valeur singulière})_i}{\sum_i (\text{sortie floue})_i} \\ &= \frac{(0.23 \times 30) + (0.50 \times 50)}{(0.23 + 0.50)} = 43.69 \text{ minutes} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Le système flou impose donc une durée d'arrosage de 43.69 minutes sur le système de contrôle d'arrosage.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les concepts de la LF, une description générale des constituants d'un système flou. Ce qui a permis de voir que la LF sert à représenter des connaissances incertaines et imprécises. Ainsi, le système flou sert à prendre une décision pouvant, en un certain sens, s'approcher du raisonnement humain. D'autre part, cette décision peut être prise sans toutefois avoir à estimer les entrées et les sorties de manière précise, mais plutôt qu'à partir de prédicats vagues.

Enfin, nous avons présenté un exemple détaillé d'un système de contrôle utilisant un système flou pour son contrôle. Ce qui nous a permis de voir que la LF nécessite l'aide d'un expert qui devient très précieuse lors de la conception d'un système flou. La LF est souvent utilisée en combinaison avec d'autres techniques. Dans le prochain chapitre, il sera question du CF proposé dans le cadre de ce projet.