

Corrigé du TD Filtrage Numérique

Exercice N°1

$$\Omega_L = 2\pi f_L / f_s = 2\pi \times 2000 / 8000 = 0,5\pi \text{ rad}$$

$$\Omega_H = 2\pi f_H / f_s = 2\pi \times 24000 / 8000 = 6\pi \text{ rad}$$

$$N = 2M+1 = 5 \Rightarrow M = 2$$

Calculons les coefficients du filtre non causal

$$h[0] = \frac{2M - \Omega_L}{\pi} = \frac{0,6\pi - 0,5\pi}{\pi} = 0,1 = h[0]$$

$$h[1] = \frac{\sin(1 \cdot \Omega_H) - \sin(1 \cdot \Omega_L)}{1 \cdot \pi} = \frac{\sin(1 \cdot 6\pi) - \sin(1 \cdot 0,5\pi)}{\pi} = -0,01558 = h[1]$$

$$h[2] = \frac{\sin(2 \cdot \Omega_H) - \sin(2 \cdot \Omega_L)}{2 \cdot \pi} = \frac{\sin(2 \cdot 6\pi) - \sin(2 \cdot 0,5\pi)}{2 \cdot \pi} = -0,09355 = h[2]$$

Détermination des coef. du filtre causal

Soit b_0, b_1, b_2, b_3 et b_4 des coef. du filtre

causal, les coef. sont obtenus en appliquant

les formules suivantes:

$$b_n = h[n-M] = h[n-2]$$

$$b_0 = h[0-2] = h[2] = -0,09355$$

$$b_1 = h[1-2] = h[-1] = h[2] = -0,01558$$

$$b_2 = h[2-2] = h[0] = 0,1$$

$$b_3 = h[3-2] = h[1] = -0,01558$$

$$b_4 = h[4-2] = h[2] = -0,09355$$

$$H(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3} + b_4 z^{-4}$$

Exercice N°2

1. Calcul des coefficients du filtre passe bas

$$N = 5 = 2M+1 \Rightarrow M = 2; \Omega_c = 2\pi f_c / f_s = 0,04\pi$$

$$h[0] = \frac{\Omega_c}{\pi} = \frac{2\pi f_c / f_s}{\pi} = \frac{2\pi \times 882}{\pi \times 44100} = 0,04$$

$$h[1] = \frac{\sin(1 \cdot \Omega_c)}{\pi} = 0,039895$$

$$h[2] = \frac{\sin(2 \cdot \Omega_c)}{2 \cdot \pi} = 0,03958$$

Conf. due di the causal

$$b_0 = f(0) = f(2) = f(-2) = 0,03958$$

$$b_2 = \psi(1-2) = \psi(-1) = \psi(1) = 0,039895$$

$$h_2 = h(a_2) = h(0) = 0, 0.4$$

$$b_3 = h(3-2) = h(1) = 0,039895$$

$$h(y) = h(4-2) = h(2) = 0,03958$$

2) Réponse individuelle (les)

$$ab'(n) = b_0g(n) + b_1g(n-1) + b_2g(n-2) + b_3g(n-3) + b_4g(n-4)$$

3/ Fonction de transfert $H(s)$

$$H(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3} + b_4 z^{-4}$$

4) Erweichung der Gelenkhäute

$$y(n) = b_0 x(n) + b_1 x(n-1) + b_2 x(n-2) + b_3 x(n-3) + b_4 x(n-4)$$

5) Réponse à l'entité $E(1, 0, 10, 0, 0)$

Wh'issen du tablen

	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	k
$e(k)$					1	0	0	0	0	0			
$y(k)$		b_4	b_3	b_2	b_1	b_0							$y(0) = b_0$
$y(1-k)$	b_5	b_4	b_3	b_2	b_1	b_0							$y(1) = b_1$
$y(2-k)$		b_4	b_3	b_2	b_1	b_0							$y(2) = b_2$
$y(3-k)$			b_4	b_3	b_2	b_1	b_0						$y(3) = b_3$
$y(4-k)$				b_4	b_3	b_2	b_1	b_0					$y(4) = b_4$

Vous remarquiez que $y(k) = h(k)$, c'est-à-dire lorsque $e(k)$ subissait d'impulsion de durée

(3)

Exercice N°3

1. Écrivez l'équation aux différences

$$y[k] = b_0 x[k] + b_1 x[k-1] + b_2 x[k-2] + b_3 x[k-3] + b_4 x[k-4] + b_5 x[k-5]$$

de 4 nous formé en Z.

$$T_e = 1 \Delta \Rightarrow F_e = 1 \text{ Hz}$$

$$H(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3} + b_4 z^{-4} + b_5 z^{-5}$$

$$= 0,1 + 0,3 z^{-1} + 0,4 z^{-2} + 0,3 z^{-3} + 0,1 z^{-4} + 0,1 z^{-5}$$

3) Réponse fréquentielle

$$H(e^{j\Omega}) = 0,1 + 0,3 e^{-j\Omega} + 0,4 e^{-j2\Omega} + 0,3 e^{-j3\Omega} + 0,1 e^{-j4\Omega} + 0,1 e^{-j5\Omega}$$

$$= 0,1 (e^{j0\Omega} + e^{-j\Omega} + e^{-j2\Omega} + e^{-j3\Omega} + e^{-j4\Omega} + e^{-j5\Omega})$$

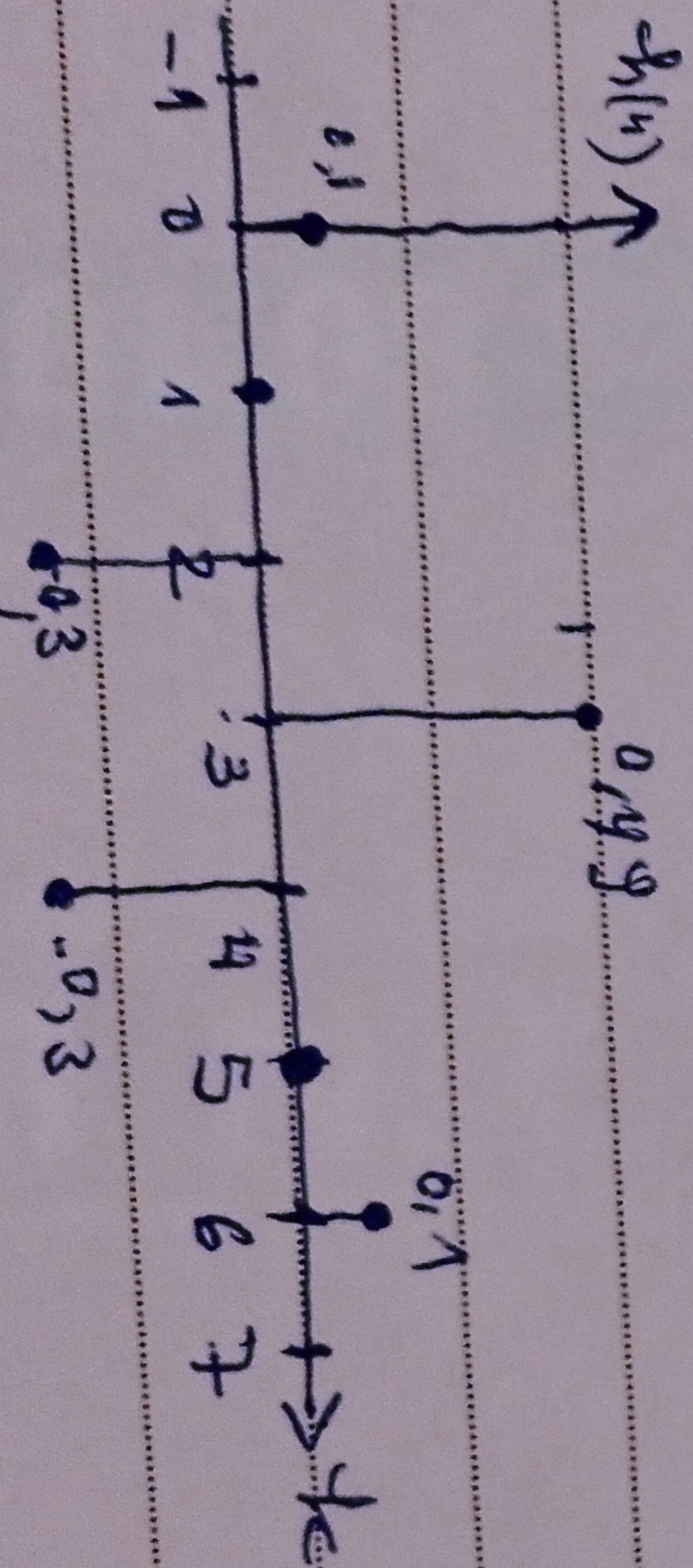
$$= 0,1 \times 2 e^{-j3\Omega} \cos 3\Omega + 0,4 e^{-j3\Omega} \cos \Omega$$

$$H(e^{j\Omega}) = e^{-j3\Omega} (0,2 \cos 3\Omega + 0,4 \cos \Omega)$$

Module : $|H(e^{j\Omega})| = |0,2 \cos 3\Omega + 0,4 \cos \Omega|$

Phase : $\angle H(e^{j\Omega}) = -3\Omega$

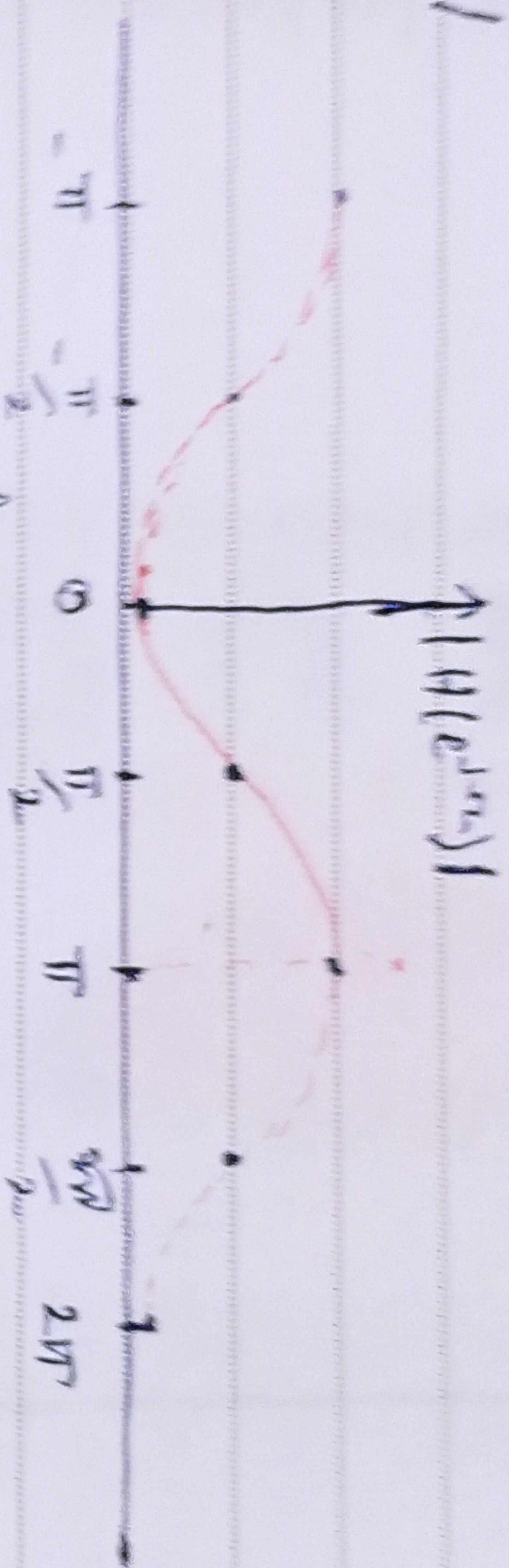
2) $h[n] = 0,1 \delta[n] + 0,3 \delta[n-1] + 0,4 \delta[n-2] + 0,3 \delta[n-3] + 0,1 \delta[n-4] + 0,1 \delta[n-5]$



(4)

ω	0	$\pi/2$	π	2π
$ H(e^{j\omega}) $	0,09	0,49	0,89	0,09

S/ $|H(e^{j\omega})|$



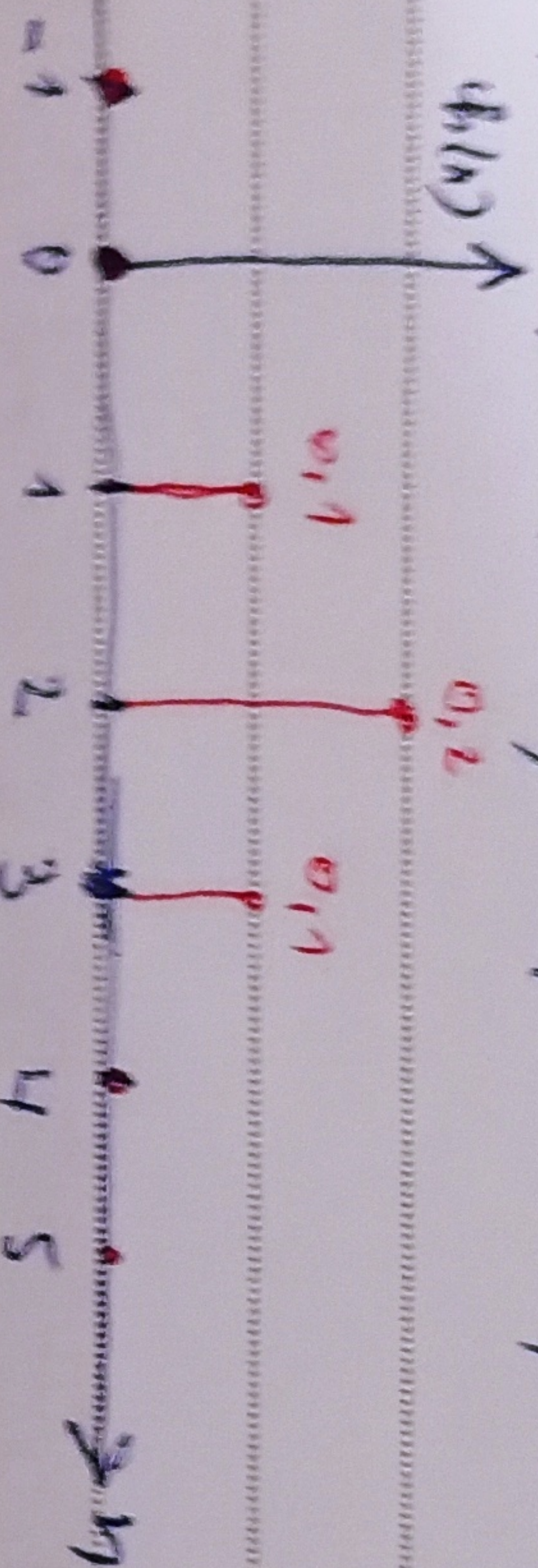
C'est un filtre passe-bas

Exercice N°4

a) Représentez un signal

$$h(n) = 0,18 \cdot 2^{-n} + 0,28 \cdot 2^{-2n} + 0,18 \cdot 2^{-3n}$$

$$h(n) = 0,18 \delta(n-1) + 0,28 \delta(n-2) + 0,18 \delta(n-3)$$



b) Représentez le signal

$$H(e^{j\omega}) = 0,18(e^{-j\omega} + e^{-2j\omega}) + 0,28e^{-2j\omega}$$

$$= e^{-2j\omega} [0,18(e^{j\omega} + e^{-j\omega}) + 0,28]$$

$$H(e^{j\omega}) = 0,28e^{-2j\omega} (1 + \cos(\omega))$$

$$|H(e^{j\omega})| = 0,28 (1 + \cos(\omega))$$

$$\angle H(e^{j\omega}) = -2\omega$$

$|H(e^{j\omega})|_{\max} = \sqrt{2}$ pour une fréquence de coupure $\omega_c = 3,48$

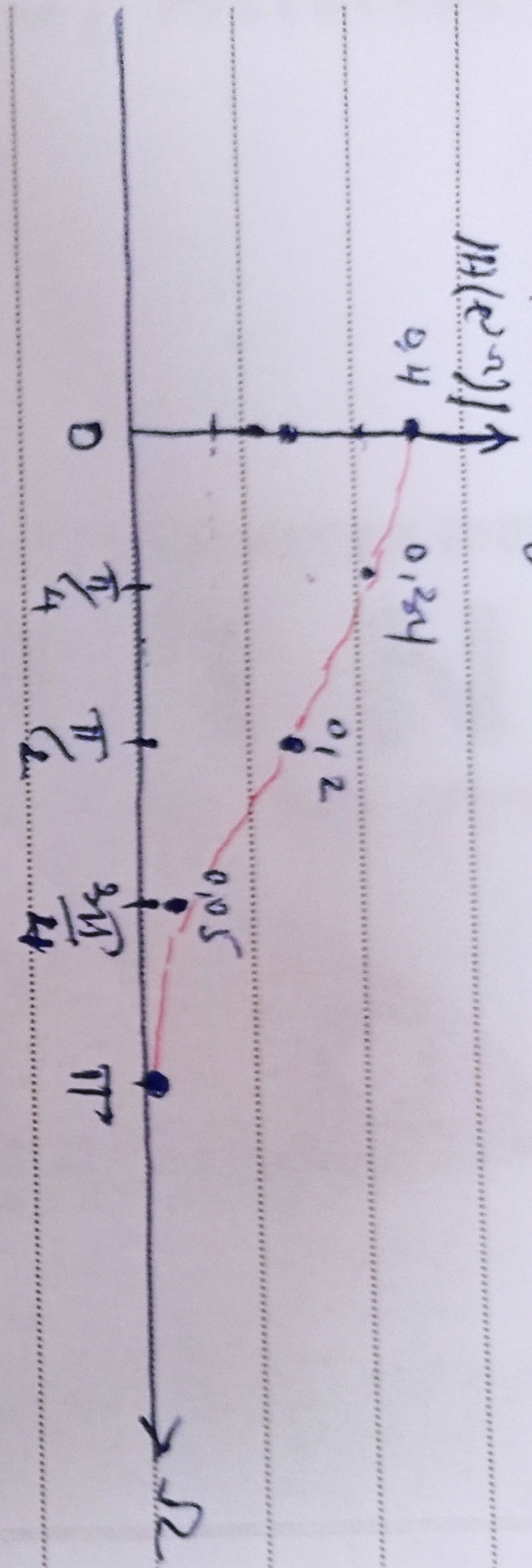
$$|H(e^{j\omega_c})|_{\max} = 0,4 \rightarrow \frac{0,4}{0,28(1 + \cos(\omega_c))} = \sqrt{2}$$

$$1 + \cos(\omega_c) = \sqrt{2} \rightarrow \cos(\omega_c) = \sqrt{2}/2 - 1 \rightarrow \omega_c = 2,09$$

$$\omega_c = 2,09 \text{ rad} \rightarrow f_c = \frac{1000 \times 2,09}{2\pi} = 166,5 \text{ Hz}$$

5

3/ Type du filtre ?



C'est un filtre passe-bas

$$4/ y(n) = 0,1x(n-1) + 0,2x(n-2) + 0,1x(n-3)$$

$$5/ \text{Calcul de } y(n) \text{ pour } x(n) = \delta(n) + \delta(n-1)$$

n	$x(n)$	$y(n)$
-3	0	0
-2	0	0
-1	1	0
0	1	0,1
1	0	0,2
2	0	0,1
3	0	0
4	0	0
5	0	0
6	0	0
7	0	0

$$y(0) = 0 \times 1 = 0 \quad y(1) = 0,1 \times 1 = 0,1$$

$$y(2) = 0,1 + 0,2 = 0,3 \quad y(3) = 0,2 + 0,1 = 0,3$$

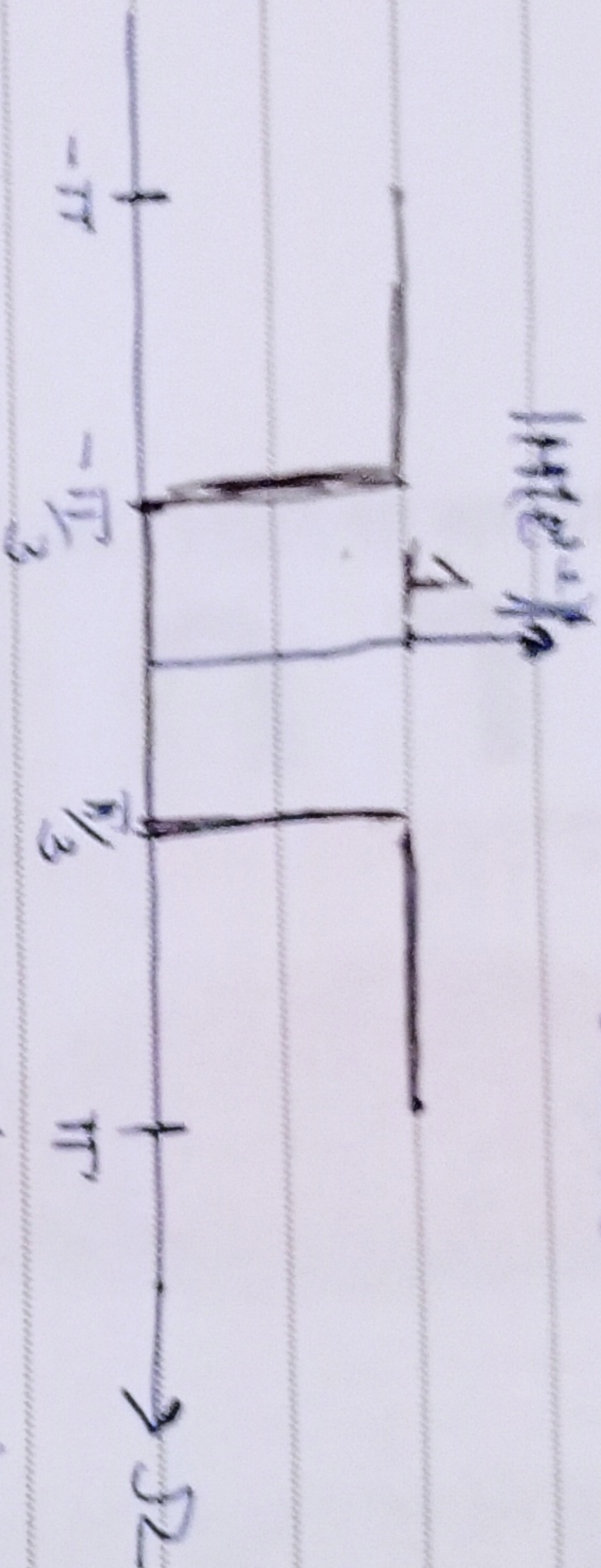
$$y(4) = 0,1 \quad y(5) = 0 \quad y(n) = 0 \text{ pour } n \geq 5$$

⑥

Exercice N° 5

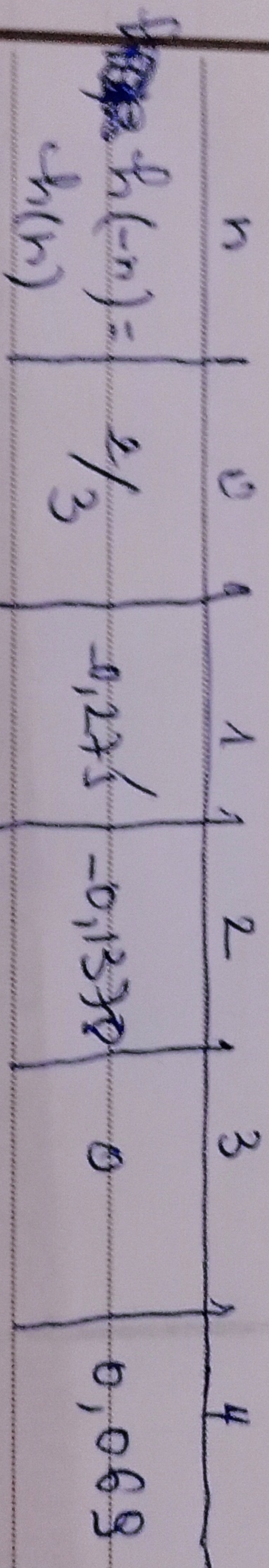
- Tracez le module $|H(e^{j\omega})|$. Filtrage idéal

$$\Omega_0 = 2\pi f_c / f_s = 2\pi \frac{8000}{36000} = \frac{\pi}{3}$$



- Détermination de la réponse impulsionnelle (calcul des coefficients $h(n)$) c'est un filtre symétrique $h(-n) = h(n)$

$$\text{Pour un filtre passe-haut } h(n) = \begin{cases} \frac{\pi - \omega_c}{\pi} & \text{pour } n=0 \\ \frac{\sin(n\omega_c)}{n\pi} & \text{pour } n \neq 0 \end{cases}$$



- La fenêtre de Hamming

- ondulation inférieure à 3 dB (0,0546)

- Une Atténuation supérieure à 40 dB (44 dB)

$$d'm N = \frac{3,1}{\Delta f} ; \Delta f = (6000 - 2000) / 36000 = 1/9$$

$$d'm N = \frac{3,1}{1/9} = 27,9 \quad (N=28)$$

- 2) $h_a(n) = h(n) * w_h(n)$

$$w_h(n) = 0,5 + 0,5 \cos\left(\frac{n\pi}{4}\right) ; M=4$$

n	0	1	2	3	4
$w_{h0}(n)$	1	0,853	0,5	0,146	0
$h_0(n)$	$2/3$	$-0,234$	$-0,0689$	0	0

est un filtre symétrique, nous avons donc $g_{raie} (2 \times 4 + 1)$ raies.

~~stop~~ $b_0 = h_0(4) = h_0(0) = 0$

$b_1 = h_0(3) = 0$

$b_2 = h_0(2) = -0,0689$

$b_3 = h_0(1) = -0,234$

$b_4 = h_0(0) = 2/3$

$b_5 = h_0(1) = -0,234$

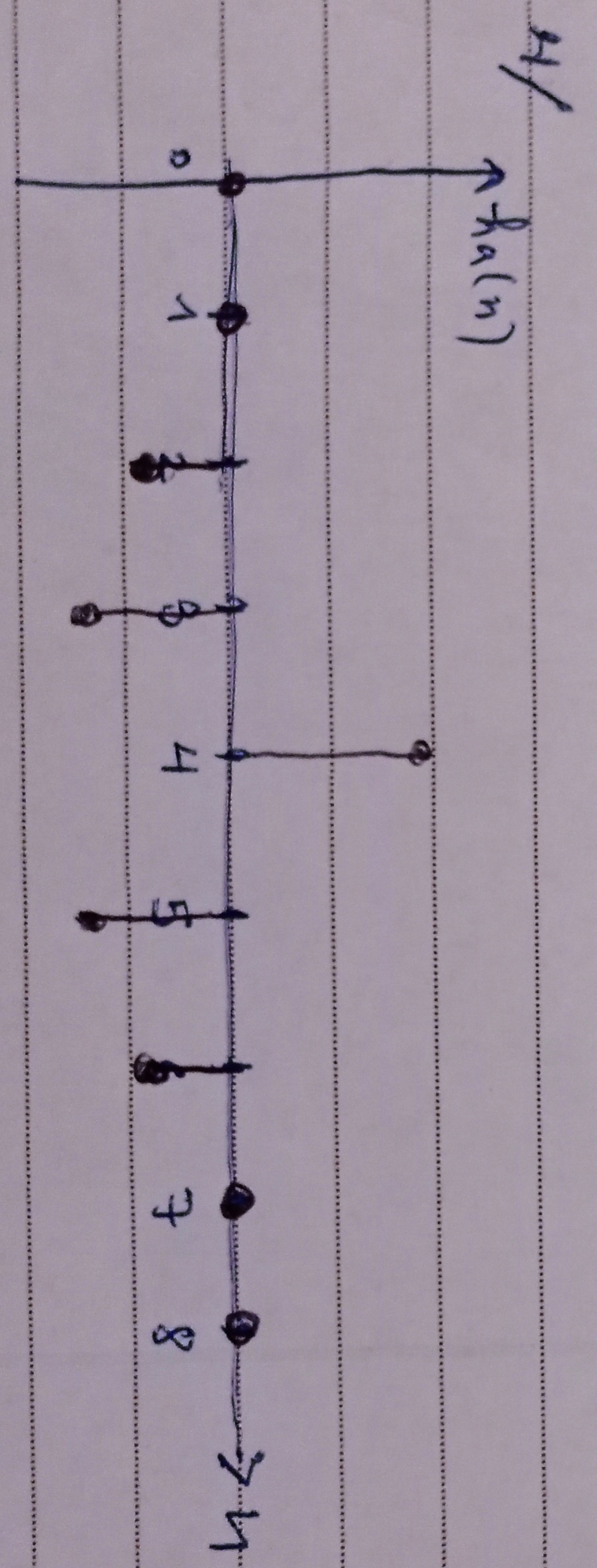
$b_6 = h_0(2) = -0,0689$

$b_7 = h_0(3) = 0$

$b_8 = h_0(4) = 0$

$h_0(n) = 0,06898(n-2) + 0,2348(n-3) + 2/38(n-4)$

$0,2348(n-5) - 0,06898(n-6)$



|| ԸՏԵՆԻՐՔ || ԴԵՆՈՒՐՔ

Order 2. (4)

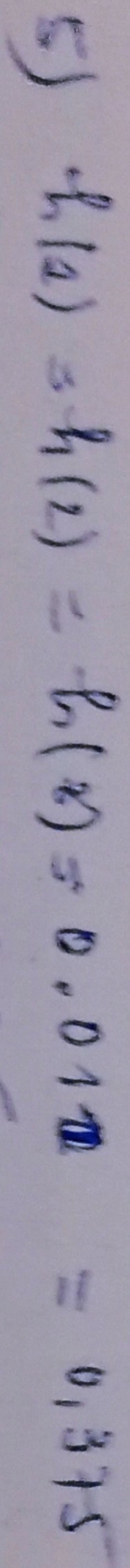
$$2) \quad x(0) = 0, 2 \quad 0, 5$$

$$x(2) = 0,4 \quad 0,0$$

$$x(2) = 0,6 \quad 0,8$$

2) $1+2+1+0+1+2+3+4+5+6+7$

4



$$x(0) = 0,040 = 0,25$$

$$n(d) = 0.011 = 0.375$$

$$0.25 \times 6 = 1.5$$

0.28

2

0,5 0,225 0,4

0.20 0.35 0.50

$$g(n) = 0, \forall n$$