

Corrigé du TD Filtrage Numérique

Exercice N°1

$$\Omega_L = 2\pi f_L / f_s = 2\pi \times 2000 / 8000 = 0,5\pi \text{ rad}$$

$$\Omega_H = 2\pi f_H / f_s = 2\pi \times 24000 / 8000 = 6\pi \text{ rad}$$

$$N = 2M+1 = 5 \Rightarrow M = 2$$

Calculons les coefficients du filtre non causal

$$h[0] = \frac{2M - \Omega_L}{\pi} = \frac{0,6\pi - 0,5\pi}{\pi} = 0,1 = h[0]$$

$$h[1] = \frac{\sin(1 \cdot \Omega_H) - \sin(1 \cdot \Omega_L)}{1 \cdot \pi} = \frac{\sin(1 \cdot 6\pi) - \sin(1 \cdot 0,5\pi)}{\pi} = -0,01558 = h[1]$$

$$h[2] = \frac{\sin(2 \cdot \Omega_H) - \sin(2 \cdot \Omega_L)}{2 \cdot \pi} = \frac{\sin(2 \cdot 6\pi) - \sin(2 \cdot 0,5\pi)}{2 \cdot \pi} = -0,09355 = h[2]$$

Détermination des coef. du filtre causal

Soit b_0, b_1, b_2, b_3 et b_4 des coef. du filtre

causal, les coef. sont obtenus en appliquant

les formules suivantes:

$$b_n = h[n - M] = h[n - 2]$$

$$b_0 = h[0 - 2] = h[-2] = -0,09355$$

$$b_1 = h[1 - 2] = h[-1] = h[2] = -0,01558$$

$$b_2 = h[2 - 2] = h[0] = 0,1$$

$$b_3 = h[3 - 2] = h[1] = -0,01558$$

$$b_4 = h[4 - 2] = h[2] = -0,09355$$

$$H(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3} + b_4 z^{-4}$$

Exercice N°2

1. Calcul des coefficients du filtre passe bas

$$N = 5 = 2M+1 \Rightarrow M = 2; \Omega_c = 2\pi f_c / f_s = 0,04\pi$$

$$h[0] = \frac{\Omega_c}{\pi} = \frac{2\pi f_c / f_s}{\pi} = \frac{2\pi \times 882}{\pi \times 44100} = 0,04$$

$$h[1] = \frac{\sin(1 \cdot \Omega_c)}{\pi} = 0,039895$$

$$h[2] = \frac{\sin(2 \cdot \Omega_c)}{2 \cdot \pi} = 0,03958$$

(3)

Exercice N°3

1. Équation aux différences

$$y[k] = b_0 x[k] + b_1 x[k-1] + b_2 x[k-2] + b_3 x[k-3] + b_4 x[k-4] + b_5 x[k-5]$$

de 4 nous formé en Z.

$$T_e = 1s \Rightarrow F_e = 1Hz$$

$$H(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3} + b_4 z^{-4} + b_5 z^{-5}$$

$$= 0,1 + 0,3 z^{-1} + 0,49 z^{-2} + 0,3 z^{-3} + 0,1 z^{-4} + 0,1 z^{-5}$$

3) Réponse fréquentielle

$$H(e^{j\Omega}) = 0,1 + 0,3 e^{-j\Omega} + 0,49 e^{-j2\Omega} + 0,3 e^{-j3\Omega} + 0,1 e^{-j4\Omega} + 0,1 e^{-j5\Omega}$$

$$= 0,1 (e^{j0\Omega} + e^{-j\Omega} + e^{-j2\Omega} + e^{-j3\Omega} + e^{-j4\Omega} + e^{-j5\Omega})$$

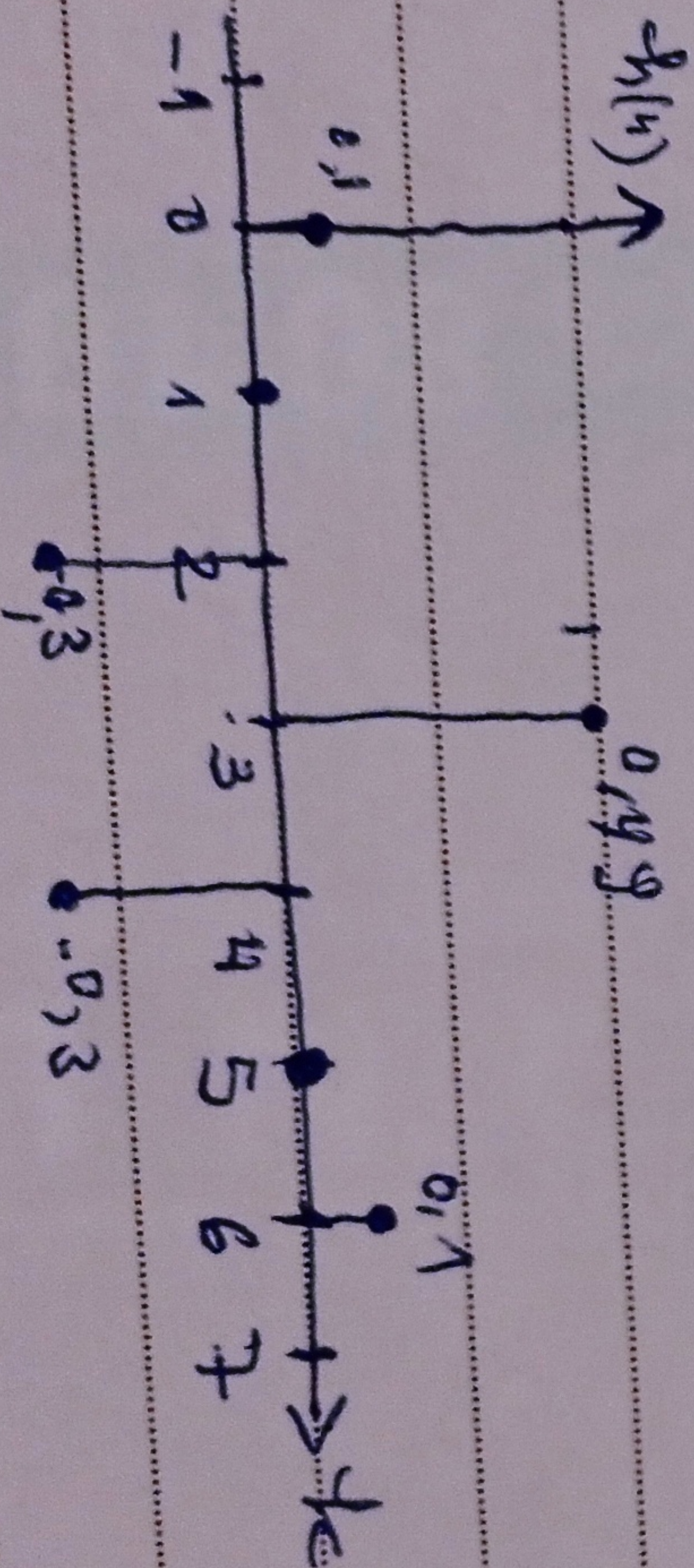
$$= 0,1 \times 2 e^{-j3\Omega} \cos 3\Omega + 0,49 e^{-j3\Omega}$$

$$H(e^{j\Omega}) = e^{-j3\Omega} (0,2 \cos 3\Omega + 0,49 - 0,6 \cos \Omega)$$

$$\text{Module : } |H(e^{j\Omega})| = |0,2 \cos 3\Omega + 0,49 - 0,6 \cos \Omega|$$

$$\text{phase } \angle H(e^{j\Omega}) = -3\Omega$$

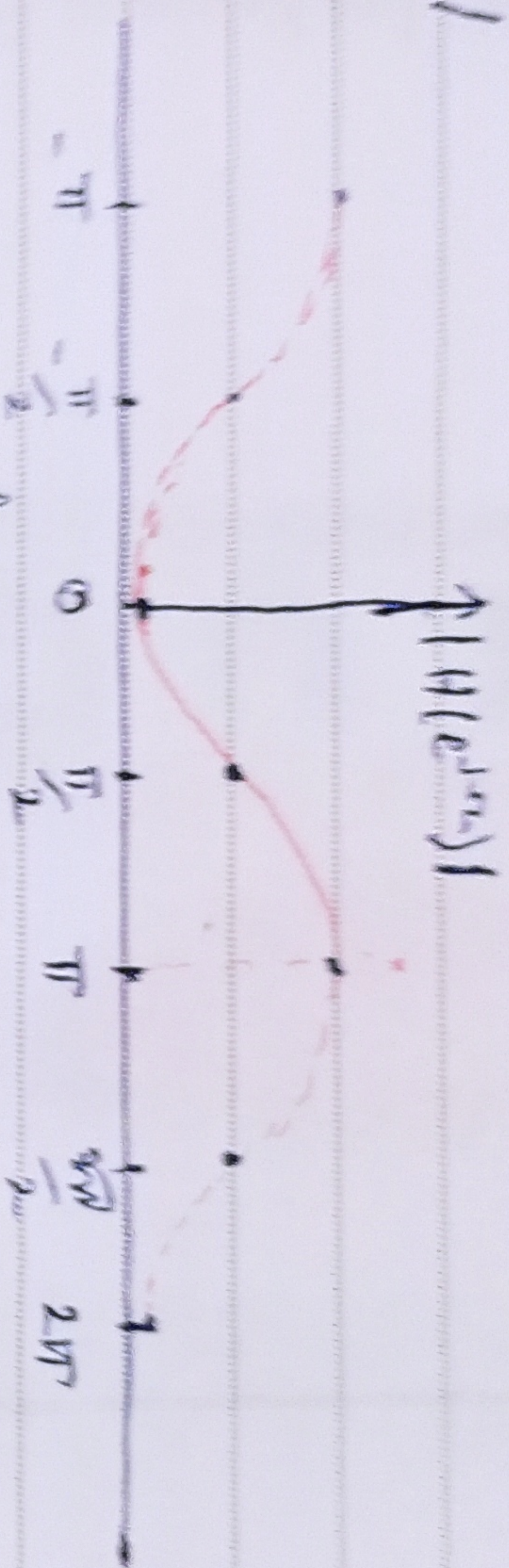
$$2) h[n] = 0,1 \delta[n] + 0,3 \delta[n-1] + 0,49 \delta[n-2] + 0,3 \delta[n-3] + 0,1 \delta[n-4] + 0,1 \delta[n-5]$$



(4)

ω	0	$\pi/2$	π	2π
$ H(e^{j\omega}) $	0,09	0,49	0,89	0,09

S/ $\uparrow |H(e^{j\omega})|$



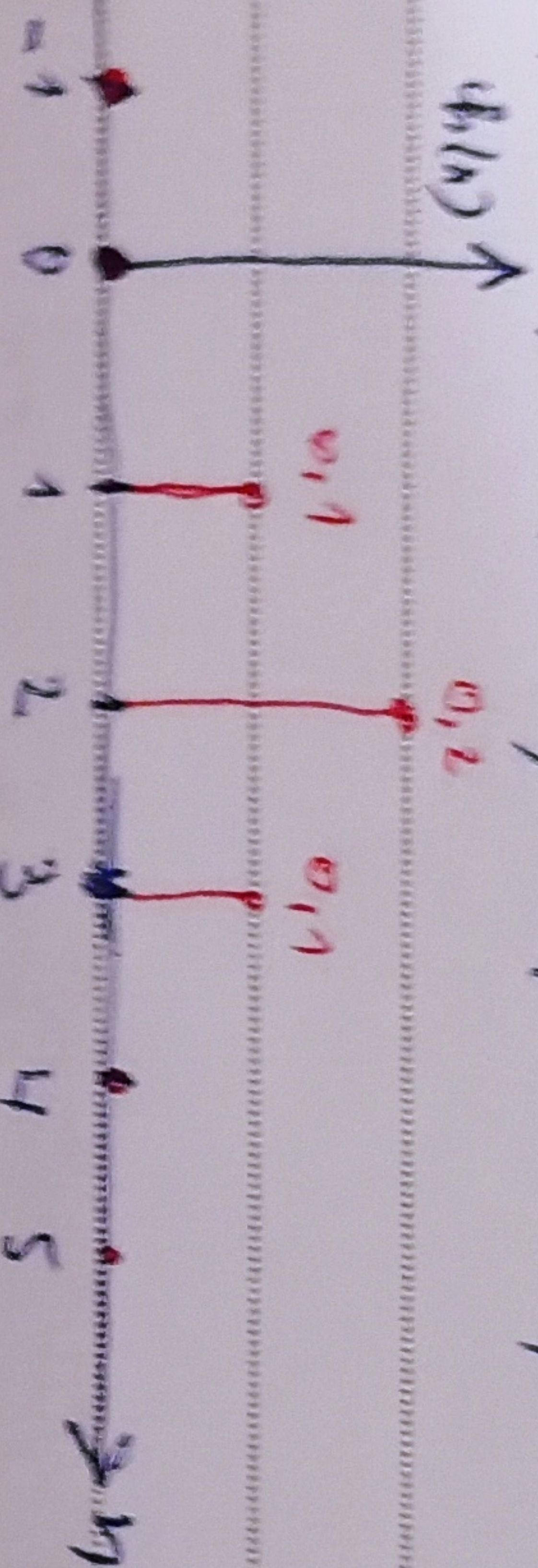
C'est un filtre passe-bas

Exercice N°4

a) Représentez un signal

$$h(n) = 0,18z^{-1} + 0,28z^{-2} + 0,18z^{-3}$$

$$h(n) = 0,18\delta(n-1) + 0,28\delta(n-2) + 0,18\delta(n-3)$$



b) Représentez le signal

$$H(e^{j\omega}) = 0,1(e^{-j\omega} + e^{-2j\omega}) + 0,2e^{-2j\omega}$$

$$= e^{-2j\omega} [0,1(e^{j\omega} + e^{-j\omega}) + 0,2]$$

$$H(e^{j\omega}) = 0,2e^{-2j\omega} (1 + \cos(\omega))$$

$$|H(e^{j\omega})| = 0,2(1 + \cos(\omega))$$

$$\angle H(e^{j\omega}) = -2\omega$$

$|H(e^{j\omega})|_{\max} = \sqrt{2}$ pour une fréquence de coupure $\omega_c = 3,48$

$$|H(e^{j\omega_c})|_{\max} = 0,4 \rightarrow \frac{0,4}{0,2(1 + \cos(\omega_c))} = \sqrt{2}$$

$$1 + \cos(\omega_c) = \sqrt{2} \rightarrow \cos(\omega_c) = \sqrt{2}/2 - 1 \rightarrow \omega_c = 2,09$$

$$\omega_c = 2,09 \text{ rad} \rightarrow f_c = \frac{1000 \times 2,09}{2\pi} = 166,5 \text{ Hz}$$
