INSTITUT SUPÉRIEUR DES ÉTUDES TECHNOLOGIQUES	Institut Superieur des Etudes Technologiques de Sousse Département Génie Electrique **Examen**	*Année universitaire : 2018/2019* *Semestre : 1* *Date : Janvier 2019* *Durée : 1h30mn*
Matière : DSP		*Classes : AII3 – EQI3*
Documents : Non autorisés	*Enseignant : Ali HMIDENE*	*Nb. Pages : 2*

Exercice N° 1 (6 points)

Soit la réponse impulsionnelle d'un filtre moyenneur :

$$h(n) = \frac{\delta(n) + \delta(n-1) + \delta(n-2) + \delta(n-3)}{4}$$

1. Donner l'expression de l'équation aux différences ainsi que la fonction de transfert $H(z)$.
2. Ce filtre est-il stable ?
3. Montrer que sa réponse fréquentielle $H\left(e^{j\Omega}\right) = e^{j\frac{3\Omega}{2}} \cos\left(\frac{\Omega}{2}\right) \cdot \cos(\Omega)$.
4. Calculer la valeur du module $\left|H\left(e^{j\Omega}\right)\right|$ pour $\Omega = 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}, \pi$
5. Tracer approximativement son module $\left|H\left(e^{j\Omega}\right)\right|$. De quel type de filtre s'agit-il?
6. Calculer la valeur de la fréquence d'échantillonnage pour que ce filtre élimine complètement le bruit du secteur (fréquence du secteur = 50Hz).

Exercice N° 2 (7 points)

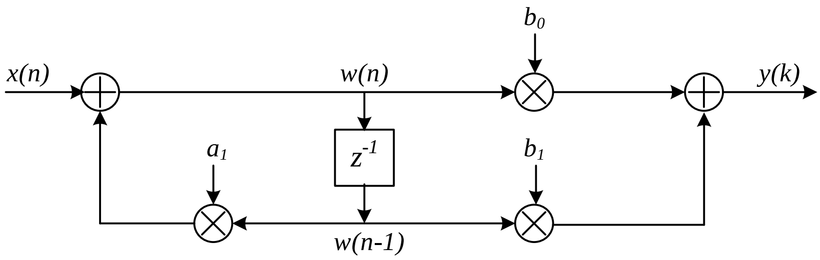
On désire réaliser un filtre numérique passe bas de butterworth ayant les spécifications suivantes :

- Fréquence de coupure $f_c = 1{,}5kHz$ à $-3dB$,
- Fréquence d'atténuation $f_a = 3kHz$ à $-10dB$,
- Fréquence d'échantillonnage $F = 8kHz$.

1. Transposez le gabarit en un gabarit analogique (prédistorsion) et calculez l'ordre du filtre.
2. Donner l'expression de la fonction de transfert dénormalisée $H(s)$.
3. En appliquant l'approximation bilinéaire, déduire la fonction de transfert $H(z)$.

Exercice N° 3 (7 points)

Etant donné le digramme d'un filtre numérique :



$$b_0 = b_1 = 0,4 \quad ; \quad a_1 = 0,2$$

1. Montrer que le digramme ci-dessus correspond à l'équation différentielle suivante : $y(n) = b_0 x(n) + b_1 x(n-1) + a_1 y(n-1)$
2. Quel est le type de ce filtre ?
3. Pour une entrée $x(k) = 0,5\delta(k) + \delta(k-2)$. Compléter les tableaux suivants et calculer la sortie du filtre $y(k)$ pour k de 0 à 2.

Pour k = 0

b_i	x_i	a_i	y_i

y(0) = ……………………………………………………………………….

Pour k = 1

b_i	x_i	a_i	y_i

y(1) = ……………………………………………………………………….

Pour k = 2

b_i	x_i	a_i	y_i

y(2) = ……………………………………………………………………….

$$\omega_a = \frac{2}{T}\tan\left(\frac{\omega_d T}{2}\right)$$

$$N \geq \frac{1}{2}\frac{\log_{10}\left(\dfrac{10^{-0,1As}-1}{10^{-0,1Ap}-1}\right)}{\log_{10}\left(\dfrac{\omega_a}{\omega_p}\right)}$$

Corrigé Examen DSP Janv. 2019

Exercice 1

1/ $h(n) = 0,25\left(\delta(n) + \delta(n-1) + \delta(n-2) + \delta(n-3)\right)$

$$y(n) = 0,25\left(x(n) + x(n-1) + x(n-2) + x(n-3)\right)$$

$$Y(z) = 0,25\left(X(z) + z^{-1}X(z) + z^{-2}X(z) + z^{-3}X(z)\right)$$

d'où $H(z) = \dfrac{Y(z)}{X(z)} = 0,25\left(1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3}\right)$ 1

2/ Ce filtre n'admet pas de pôles, il est toujours stable 0,5

3/ $H(z) = \frac{1}{4}\left(1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3}\right)$

$$H(e^{j\Omega}) = \frac{1}{4}\left(1 + e^{-j\Omega} + e^{-2j\Omega} + e^{-3j\Omega}\right)$$

$$= \frac{1}{4}\left[\left(1 + e^{-j\Omega}\right) + e^{-2j\Omega}\left(1 + e^{-j\Omega}\right)\right]$$ 1,5

$$= \frac{1}{4}\left[\left(1 + e^{-j\Omega}\right)\left(1 + e^{-2j\Omega}\right)\right]$$

$$= e^{-j\frac{\Omega}{2}}\left(\frac{e^{j\frac{\Omega}{2}} + e^{-j\frac{\Omega}{2}}}{2}\right) e^{-j\Omega}\left(\frac{e^{j\Omega} + e^{-j\Omega}}{2}\right)$$

$$\boxed{H(e^{j\Omega}) = e^{-3j\frac{\Omega}{2}} \cos\left(\frac{\Omega}{2}\right) \cos(\Omega)}$$

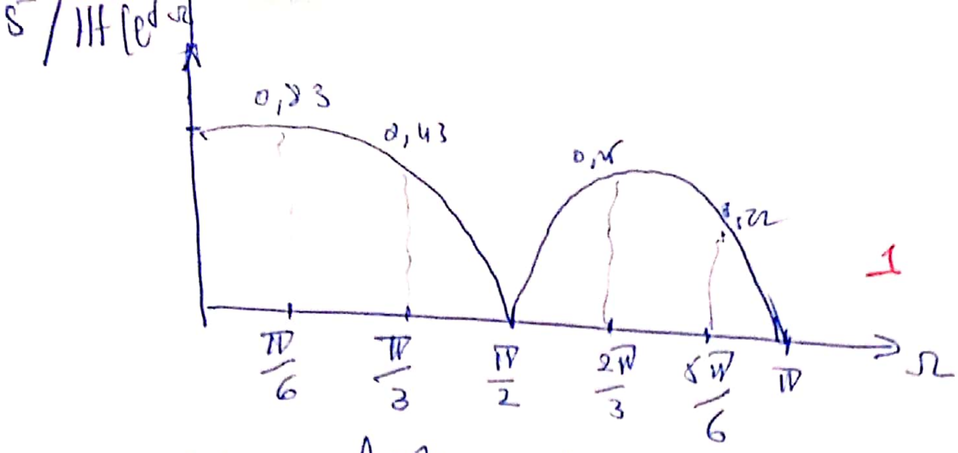
4/

1,5

Ω	0	$\pi/6$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	$5\pi/6$	π
$\lvert H(e^{j\Omega})\rvert$	1	0,836	$\sqrt{3}/4$ 0,433	0	$1/4$ 0,25	0,224	0

$$\left|H(e^{j\Omega})\right| = \left|\cos\left(\frac{\Omega}{2}\right)\cos(\Omega)\right|$$

5/



1

C'est un filtre passe bas

6/ On remarque que le module est nul pour

$$\Omega_0 = \frac{\pi}{2} = 2\pi f_0/F \Rightarrow F = 2f_0$$

$$F = 2\times 50 = 200\,Hz$$ 0,5

Exercice N°2

1/ $\omega_p = 2\pi f_c = 2\pi\times 1500 = 3000\pi$ 0,5

$\omega_a = 2\pi f_a = 2\pi\times 3000 = 6000\pi$ 0,5

$\omega_{ap} = \frac{2}{T}\tan\left(\frac{\omega_p T}{2}\right) = 10691$ rad/s 0,75

$\omega_{ae} = \frac{2}{T}\tan\left(\frac{\omega_a T}{2}\right) = 38627$ rad/s 0,75

$\nu_a = \frac{\omega_{aa}}{\omega_{ap}} = 3,6130$

$n \geq \frac{1}{2}\frac{\lg\left(\frac{10-1}{10^{0,3}-1}\right)}{\lg(3,6130)} \simeq 0,85$ d'où $n = 1$

0,5

2/ $H_p(s) = \frac{1}{s+1}$

$H(s) = \frac{1}{\frac{s}{\omega_{ap}}+1} + \frac{\omega_{ap}}{s+\omega_{ap}} = \frac{10691}{s+10691}$

1,5

3/ $H(z) = \frac{10691}{\left(16000\,\frac{z-1}{z+1}\right)+10691}$

$$\boxed{H(z) = \frac{0,4+0,4z^{-1}}{1-0,198z^{-1}}}$$ 2,5

Exercice N°3

1/ $w(n) = x(n) + a_1 w(n-1)$

$y(n) = b_0 w(n) + b_1 w(n-1)$

$w(n-1) = x(n-1) + a_1 w(n-2)$

$$y(n) = b_0 \left(x(n) + a_1 w(n-1)\right) + b_1 \left(\overbrace{x(n-1) + a_1 w(n-2)}^{w(n-1)}\right)$$

$$= b_0 x(n) + b_1 x(n-1) + b_0 a_1 w(n-1) + b_1 a_1 w(n-2)$$

$$= b_0 (x(n) + b_1 x(n-1) + a_1 (\underbrace{b_0 w(n-1) + b_1 w(n-2)}_{y(n-1)})$$

1,5

d'où $y(n) = b_0 x(n) + b_1 x(n-1) + a_1 y(n-1)$

2/ $Y(z) = b_0 X(z) + b_1 z^{-1} X(z) + a_1 z^{-1} Y(z)$

$Y(z)(1 - a_1 z^{-1}) = (b_0 + b_1 z^{-1}) X(z)$

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1}}{1 - a_1 z^{-1}} = \frac{0,4(1 + z^{-1})}{1 - 0,2 z^{-1}}$$

c'est un filtre IIR

1,5

3/

Scanné avec CamScanner

Pour $k = 0$

b_i		x_i	a_i	y_i
0,4	1	0,5	1	
0,4		0	-0,2	0

$y(0) =$ 0,4 X 0,5 + 0,2 X 0 = 0,2 0,5

Pour $k = 1$

b_i		x_i	a_i	y_i
0,4	1	0	1	
0,4		0,5	-0,2	0,2

$y(1) =$ 0,4 X 0,5 + 0,2 X 0,2 = 0,24 0,5

Pour $k = 2$

b_i		x_i	a_i	y_i
0,4	1	1	1	
0,4		0	-0,2	0,24

$y(2) =$ 0,4 X 1 + 0,2 X 0,24 = 0,448 0,5