RESEAU INSTITUT SUPÉRIEUR DES ÉTUDES TECHNOLOGIQUES	Institut Superieur des Etudes Technologiques de Sousse **Département Génie Electrique** **Examen**	***Année universitaire*** *: 2020/2021* ***Semestre*** *: 1* ***Date :*** *29 Janvier 2021* ***Durée :*** *1h30mn*
Matière *: DSP*		***Classes*** *: AII3 – EQI3*
Documents *: Non autorisés*	***Enseignant*** *: Ali HMIDENE*	***Nb. Pages*** *: 2*

Exercice N° 1 (8 points)

Soit la réponse impulsionnelle d'un filtre moyenneur :

$$h(n) = 0.25\delta(n) + 0.25\delta(n-1) + 0.25\delta(n-2) + 0.25\delta(n-3)$$

1. Donner l'expression de l'équation aux différences ainsi que la fonction de transfert $H(z)$.
2. Ce filtre est-il stable ?
3. Montrer que sa réponse fréquentielle $H\left(e^{j\Omega}\right) = e^{-j\frac{3\Omega}{2}} \cos\left(\frac{\Omega}{2}\right) \cdot \cos(\Omega)$.
4. Calculer la valeur du module $\left|H\left(e^{j\Omega}\right)\right|$ pour $\Omega = 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}, \pi$
5. Tracer approximativement son module $\left|H\left(e^{j\Omega}\right)\right|$. De quel type de filtre s'agit-il?
6. Calculer la valeur de la fréquence d'échantillonnage pour que ce filtre élimine complètement le bruit du secteur (fréquence du secteur = 50Hz).

Exercice N° 2 (12 points)

On désire réaliser un filtre numérique FIR passe bas ayant les spécifications suivantes :

- Fréquence de coupure $f_c = 1{,}5kHz$ à $-3dB$
- Fréquence d'atténuation $f_a = 3kHz$ à $-30dB$
- Fréquence d'échantillonnage $F = 8kHz$.

1. Tracer la réponse fréquentielle du filtre idéal $H(e^{j\Omega})$.
2. Calculer sa réponse impulsionnelle $h(n)$ pour n de -4 à $+4$.
3. En fonction de l'atténuation et de la sélectivité, quel type de fenêtre faut-il utiliser, et quelle est la longueur N d'un filtre RIF dont la phase serait linéaire?
4. Exprimez $h_a(n)$, pour n de -4 à $+4$.
5. Tracez sa réponse impulsionnelle dans le cas où $N = 9$.
6. Exprimer l'expression de la fonction de transfert $H_a(z)$.
7. Déterminer la réponse fréquentielle $H_a(e^{j\Omega})$.

Annexe

Filtre FIR

Type de filtre	Réponse impulsionnelle d'un filtre idéal
Passe bas	$h(n)=\begin{cases}\dfrac{\Omega_c}{\pi} & n=0\\ \dfrac{\sin(n\cdot\Omega_c)}{n\cdot\pi} & -M\le n\le M\ \ et\ \ n\ne 0\end{cases}$
Passe haut	$h(n)=\begin{cases}\dfrac{\pi-\Omega_c}{\pi} & n=0\\ -\dfrac{\sin(n\cdot\Omega_c)}{n\cdot\pi} & -M\le n\le M\ \ et\ \ n\ne 0\end{cases}$

Estimation de la longueur du filtre selon le type de fenêtre $\Delta f = \left|f_a - f_c\right| / F_e$

Type de fenêtre	Fonction de. fenêtre pour $-M \le n \le M$	Longueur de fenêtre N	Ondulation dans la bande passante	Limite de la bande d'atténuation
Rectangulaire	1	$N=\dfrac{0,9}{\Delta f}$	0,7416	21 dB
Hanning	$0,5+0,5\cos(\dfrac{n\cdot\pi}{M})$	$N=\dfrac{3,1}{\Delta f}$	0,0546	44 dB
Hamming	$0,54+0,46\cos(\dfrac{n\cdot\pi}{M})$	$N=\dfrac{3,3}{\Delta f}$	00,0194	53 dB

Corrigé DSP

Ex N° 1

1/ $y(n) = 0,25\,(x(n) + x(n-1) + x(n-2) + x(n-3))$ (1) 1,5

$H(z) = 0,25\,(1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3})$ (1)

2/ c'est un filtre FIR, il est toujours stable (0,5)

3/ $H(e^{j\Omega}) = \frac{1}{4}\left(e^{0} + e^{-j\Omega} + e^{-2j\Omega} + e^{-3j\Omega}\right)$

$= \frac{1}{2}\left[e^{-j\Omega}\left(\frac{e^{j\Omega} + e^{-j\Omega}}{2}\right) + e^{-2j\Omega}\left(\frac{e^{j\Omega} + e^{-j\Omega}}{2}\right)\right]$ 1

$= \frac{1}{2}\cos\Omega\left(e^{-j\Omega} + e^{-2j\Omega}\right)$ (1)

$= \cos\Omega\; e^{-j3\frac{\Omega}{2}}\left(\frac{e^{+j\frac{\Omega}{2}} + e^{-j\frac{\Omega}{2}}}{2}\right)$

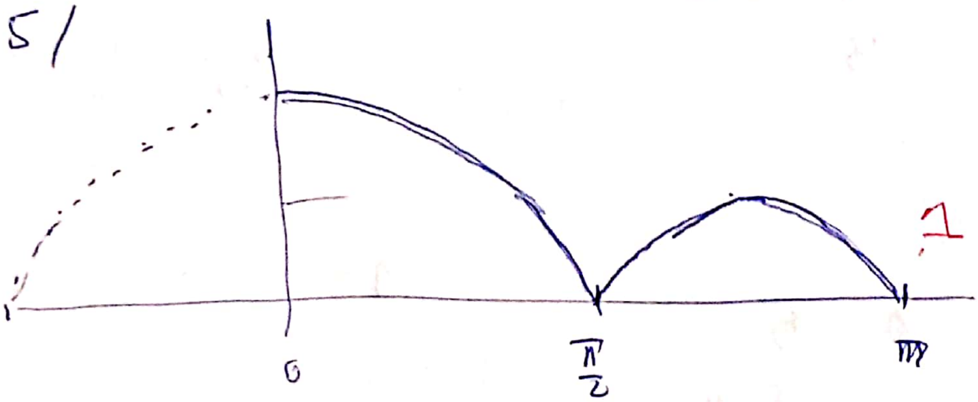
$H(e^{j\Omega}) = e^{-3j\frac{\Omega}{2}}\cos(\Omega)\cos\left(\frac{\Omega}{2}\right)$

4) $|H(e^{j\Omega})| = \left|\cos\Omega\,\cos\frac{\Omega}{2}\right|$ (0,25)

Ω	0	$\pi/6$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	$5\pi/6$	π
$\lvert H(e^{j\Omega})\rvert$	1	0,836	0,43	0	0,25	0,22	0

(1,25)

5/



1

c'est un filtre passe bas (0,5)

Scanné avec CamScanner

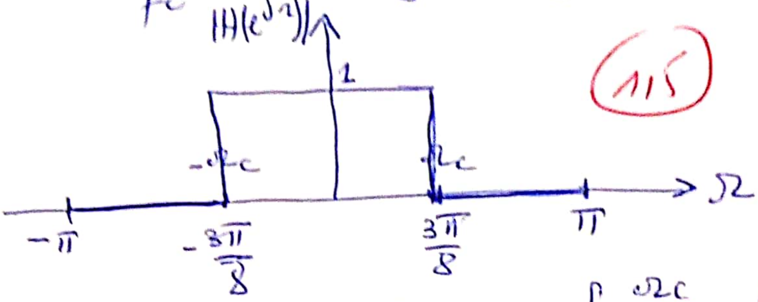
6) $\Omega = 2\pi \frac{f}{f_e}$ On veut que pour $f = 50\,Hz$, $|H(e^{j\Omega})| = 0$

Ceci est possible pour $\Omega = \pi/2$ d'où $\frac{\pi}{2} = 2\pi \frac{f_{50}}{f_e}$ (1)

donc $f_e = 4 f_{50} = 4 \times 50 = 200\,Hz$

Ex N°2

1/ $\Omega_c = 2\pi \frac{f_c}{f_e} = 2\pi \times \frac{1,5}{8} = \frac{3\pi}{8}$



(1,5)

2) Filtre passe bas $h(n) = \begin{cases} \frac{\Omega_c}{\pi} & \text{pour } n = 0 \\ \frac{\sin(n\Omega_c)}{n\pi} & \text{pour } -4 \leq n < 4 \end{cases}$

$h(0) = \frac{\Omega_c}{\pi} = \frac{3}{8} = 0,375$

$h(1) = \frac{\sin(\Omega_c)}{\pi} = 0,294$

$h(2) = \frac{\sin(2\Omega_c)}{2\pi} = \frac{\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)}{2\pi} = 0,112539$

$h(3) = \frac{\sin\left(\frac{9\pi}{8}\right)}{3\pi} = -0,406$

$h(4) = \frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)}{4\pi} = -0,079577$

d'où (1,25)

$b_0 = -0,079577$ $b_1 = -0,406$ $b_2 = 0,112539$

$b_3 = 0,294$ $b_4 = 0,375$ $b_5 = 0,294$

$b_6 = 0,112539$ $b_7 = -0,406$ $b_8 = -0,07957$

$h(n) = b_0\,\delta(n) + b_1\,\delta(n-1) + b_2\,\delta(n-2) + b_3\,\delta(n-3) + b_4\,\delta(n-4) + b_5\,\delta(n-5) + b_6\,\delta(n-6) + b_7\,\delta(n-7) + b_8\,\delta(n-8)$ (1)

3) Selon l'atténuation et la sélectivité c'est la fenêtre de Hanning

Ondulation $0,0546\,dB < 3\,dB$

Atténuation $44\,dB > 30\,dB$

(1)

$\Delta f = \frac{|f_a - f_c|}{f_e} = \frac{|3 - 1,5|}{8} = \frac{3}{16}$; $N = 3,1 \times 16 \simeq 17$

Scanné avec CamScanner

4) $h_a(n) = h(n) \cdot W_{han}(n)$

$W_{han}(0) = 1$ $\quad W_{han}(1) = 0,853$ 1,25

$W_{han}(2) = 0,5$ $\quad W_{han}(3) = 0,14644$ $\quad W_{han}(4) = 0$

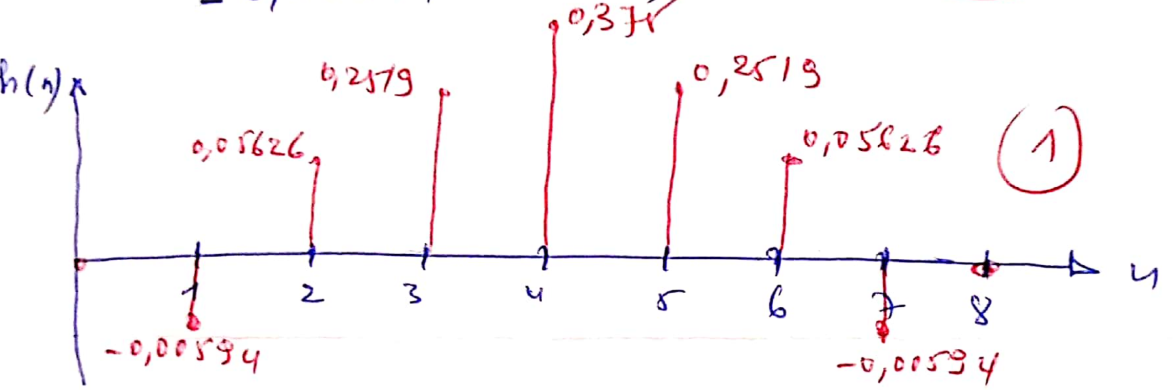
$h_a(0) = 0,375$ $\quad h_a(1) = 0,2519$ $\quad h_a(2) = 0,05626$

$h_a(3) = -0,00594$ $\quad h_a(4) = 0$ 1,25

$$h_a(n) = -0,00594\,\delta(n-1) + 0,05626\,\delta(n-2) + 0,2519\,\delta(n-3) + 0,375\,\delta(n-4) + 0,2519\,\delta(n-5) + 0,05626\,\delta(n-6) - 0,00594\,\delta(n-7)$$

0,75

5/



1

6/ $H_a(z) = -0,00594\,z^{-1} + 0,05626\,z^{-2} + 0,2519\,z^{-3} + 0,375\,z^{-4} + 0,2519\,z^{-5} + 0,05626\,z^{-6} - 0,00594\,z^{-7}$ 1,5

7) $$|H(e^{j\Omega})| = -0,00594\left(e^{-j\Omega} + e^{-7j\Omega}\right) + 0,375\,e^{-4j\Omega} + 0,05626\left(e^{-2j\Omega} + e^{-6j\Omega}\right) + 0,2519\left(e^{-3j\Omega} + e^{-5j\Omega}\right)$$

$$= e^{-4j\Omega}\left[-0,00594\left(e^{3j\Omega} + e^{-3j\Omega}\right) + 0,375 + 0,05626\left(e^{2j\Omega} + e^{-2j\Omega}\right) + 0,2519\left(e^{j\Omega} + e^{-j\Omega}\right)\right]$$

$$= e^{-4j\Omega}\left[-0,01188\cos(3\Omega) + 0,375 + 0,11252\cos(2\Omega) + 0,5038\cos(\Omega)\right]$$

1,5

Scanné avec CamScanner