
Sujet 2009 PARTIE A

A. Chaine de mesure d'ozone

A1. Capteur d'ozone

A1.1 $I = I_0(1 - 10^{-4}c)$

Pour $c = 0 \Rightarrow I = I_0 = 100\mu A$

Pour $c = 360\mu g m^{-3} \Rightarrow I = 100(1 - 0,036) = 96,4\mu A$

A1.2 d'après la loi des mailles : $U_1 = R_1 I = R_1 I_0(1 - 10^{-4}c) = -R_1 I_0 10^{-4}c + R_1 I_0$

Donc $a = R_1 I_0 10^{-4}$ et $U_0 = R_1 I_0$

A1.3 L'amplificateur opérationnel A2 fonctionne en régime linéaire, puisque la réaction est négative.

A1.4 L'amplificateur est supposé idéal $e_+ = e_-$

$$e_+ = \frac{U_2 R_2}{2 R_1} = \frac{U_2}{2} \text{ et } e_- = \frac{U_1 / R_2 + U_3 / R_2}{2 / R_2} = \frac{U_1 + U_3}{2}$$

$$e_+ = e_- \Rightarrow U_2 = U_1 + U_3 \text{ d'où } U_3 = U_2 - U_1$$

A1.5 $U_2 = 10V$

$U_3 = 10 - U_1 = 10 - R_1 I_0 + R_1 I_0 10^{-4}c$. La valeur de la résistance R_1 n'est pas indiquée. Pour écrire U_3 sous la forme $U_3 = kc$, il faut que $R_1 I_0 = 10V$ d'où

$$R_1 = \frac{10}{I_0} = \frac{10}{10^{-4}} = 100k\Omega$$

La valeur de $k = R_1 I_0 10^{-4} = 10^5 \times 10^{-4} \times 10^{-4} = 10^{-3} V/\mu g m^{-3}$

A1.6 c'est un amplificateur non inverseur $U_4 = (1 + \frac{R_4}{R_3})U_3$.

A1.7 On a $U_3 = 10^{-3}c$. Pour $c = 360\mu g m^{-3}$; $U_3 = 10^{-3}c = 0,36V$ et $U_4 = 1,8V$

D'où $(1 + \frac{R_4}{R_3}) = \frac{1,8}{0,36} = 5 \Rightarrow \frac{R_4}{R_3} = 4 \Rightarrow R_4 = 4R_3 = 18,8k\Omega$

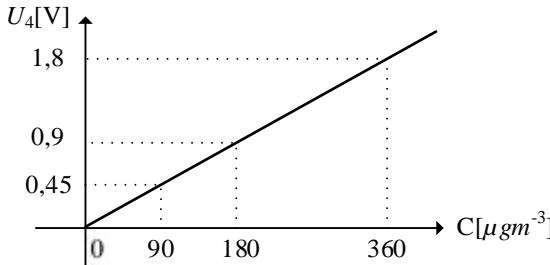
A1.8 courbe $U_4 = f(c)$

D'après A1.7 on a $U_4 = 5U_3 = 5 \cdot 10^{-3} c$. La courbe $U_4 = f(c)$ est une droite de pente $5 \cdot 10^{-3}$.

$$\text{Pour } c = 90 \mu\text{gm}^{-3} \Rightarrow U_4 = 5 \cdot 10^{-3} \times 90 = 0,45V$$

$$\text{Pour } c = 180 \mu\text{gm}^{-3} \Rightarrow U_4 = 5 \cdot 10^{-3} \times 180 = 0,9V$$

$$\text{Pour } c = 360 \mu\text{gm}^{-3} \Rightarrow U_4 = 1,8V$$



A2. Filtrage analogique

A2.1 fonction de transfert $T = \frac{U_z}{U_4}$.

Soit V_2 la tension aux bornes de Y_2 . D'après le théorème de millman :

$$V_2 = \frac{U_4 Y_1 + U_z Y_4}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4} \text{ on pose } Y = Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4$$

$$Y_3 \text{ et } Y_5 \text{ sont traversées par le même courant : } I_3 = V_2 Y_3 = -U_z Y_5 \Rightarrow V_2 = -U_z \frac{Y_5}{Y_3}$$

$$V_2 = \frac{U_4 Y_1 + U_z Y_4}{Y} = -U_z \frac{Y_5}{Y_3} \Rightarrow -U_z \left(\frac{Y_5}{Y_3} + \frac{Y_4}{Y} \right) = \frac{U_4 Y_1}{Y} \Rightarrow -U_z \left(\frac{Y Y_5}{Y Y_3} + \frac{Y_4}{Y} \right) = \frac{U_4 Y_1}{Y}$$

$$\text{d'où } -U_z \left(\frac{Y Y_5}{Y_3} + Y_4 \right) = U_4 Y_1 \text{ en multipliant le deux termes par } Y_3, \text{ on obtient}$$

$$-U_z (Y Y_5 + Y_3 Y_4) = U_4 Y_1 Y_3 \text{ d'où } \frac{U_z}{U_4} = \frac{-Y_1 Y_3}{Y Y_5 + Y_3 Y_4} \text{ en remplaçant } Y \text{ par sa valeur :}$$

$$T = \frac{U_z}{U_4} = \frac{-Y_1 Y_3}{Y_5 (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) + Y_3 Y_4}$$

A2.2 Pour $Y_1 = Y_3 = Y_4 = Y_a = 1/R$ et $Y_2 = Y_5 = jC\omega$

$$T(j\omega) = \frac{-1/R^2}{jC\omega(3/R + jC\omega) + 1/R^2} = \frac{-1}{1 + (jRC\omega)^2 + j3RC\omega}$$

A2.3 mettant la fonction de transfert sous la forme générale :

$$T(j\omega) = \frac{T_0}{1 + 2mj\frac{\omega}{\omega_0} + \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \text{ par identification, on trouve : } T_0 = -1, \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

et $m = \frac{3}{2}$ on peut donc la mettre sous la forme :

$$T(j\omega) = T_0 \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_1}} \cdot \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_2}} \text{ . En développant cette équation :}$$

$$T(j\omega) = \frac{T_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_1} + j\frac{\omega}{\omega_2} + \frac{(j\omega)^2}{\omega_1\omega_2}} = \frac{T_0}{1 + j\omega\frac{\omega_1 + \omega_2}{\omega_1\omega_2} + \frac{(j\omega)^2}{\omega_1\omega_2}} \text{ on tire alors :}$$

$\omega_1\omega_2 = \omega_0^2$ et $\omega_1 + \omega_2 = 3\omega_0$ pour chercher les valeurs de ω_1 et ω_2 on résout

l'équation : $x^2 - Sx + P = 0$ donc $x^2 - 3\omega_0x + \omega_0^2 = 0$. Soit $\Delta = 9\omega_0^2 - 4\omega_0^2 = 5\omega_0^2$

$$\omega_1 = \frac{3\omega_0 - \sqrt{5}\omega_0}{2} = \frac{3 - \sqrt{5}}{2RC} \text{ et } \omega_2 = \frac{3\omega_0 + \sqrt{5}\omega_0}{2} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2RC}$$

$$\text{AN : } \omega_1 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2 \times 5 \cdot 10^4 \cdot 10^{-7}} = 76,4 \text{ rd/s et } \omega_2 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2 \times 5 \cdot 10^4 \cdot 10^{-7}} = 523,6 \text{ rd/s}$$

Tracé du diagramme de Bode :

- **Courbe de Gain**

$$T_{dB} = -20 \log \left(\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_1^2}} \right) - 20 \log \left(\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_2^2}} \right) = -10 \log \left(1 + \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \right) - 10 \log \left(1 + \frac{\omega^2}{\omega_2^2} \right)$$

La courbe de gain est la somme de deux courbes de 1^{er} ordre.

** Lorsque $\omega \rightarrow 0$ on a une asymptote horizontale à 0dB

** Lorsque $\omega_1 < \omega < \omega_2$; $T_{dB} \rightarrow -20 \log \frac{\omega}{\omega_1} = -20 \log \omega + 20 \log \omega_1$ donc T_{dB} tend

vers l'asymptote oblique de pente $-20dB/décade$

** Lorsque $\omega \rightarrow \infty$; $T_{dB} \rightarrow -20 \log \left(\frac{\omega}{\omega_1} \right) - 20 \log \left(\frac{\omega}{\omega_2} \right) = -40 \log \omega + 40 \log \omega_0$

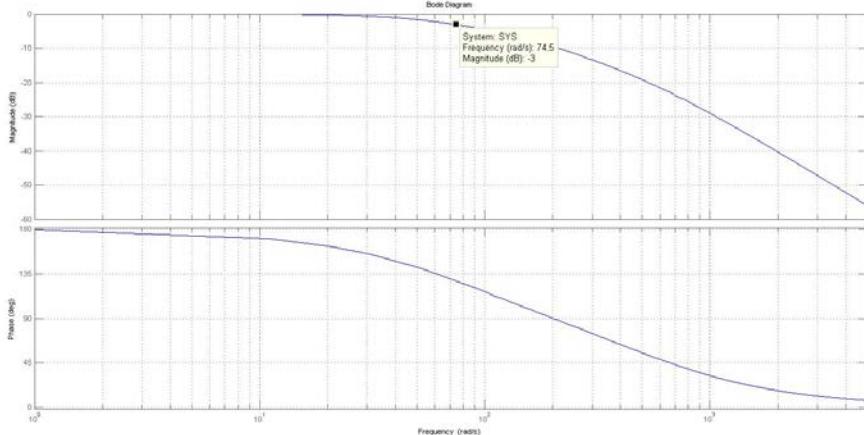
donc T_{dB} tend vers l'asymptote oblique de pente $-40dB/décade$

- **Courbe de phase**

$$\varphi = \pi - \operatorname{arctg} \left(\frac{\omega}{\omega_1} \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{\omega}{\omega_2} \right)$$

** Lorsque $\omega \rightarrow 0$; $\varphi \rightarrow \pi$

** Lorsque $\omega \rightarrow \infty$; $\varphi \rightarrow 0$



A2.4 C'est un filtre passe bas du second ordre. Fréquence de coupure à $-3dB$
Correspond à une atténuation de $1/\sqrt{2}$.

$$|T(j\omega_c)| = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega_c^2}{\omega_0^2}\right)^2 + 9\frac{\omega_c^2}{\omega_0^2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\omega_c^4}{\omega_0^4} + 7\frac{\omega_c^2}{\omega_0^2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$1 + \frac{\omega_c^4}{\omega_0^4} + 7\frac{\omega_c^2}{\omega_0^2} = 2 \Rightarrow \frac{\omega_c^4}{\omega_0^4} + 7\frac{\omega_c^2}{\omega_0^2} - 1 = 0 . \text{ On pose } X = \frac{\omega_c^2}{\omega_0^2} \text{ l'équation}$$

$$X^2 + 7X - 1 = 0 \text{ a pour solution } X = \frac{-7 + \sqrt{53}}{2} = 0,140 \text{ d'où } \frac{\omega_c}{\omega_0} = 0,374 \Rightarrow$$

$$\omega_c = 0,374\omega_0 = \frac{0,374}{5 \cdot 10^{-3}} = 74,8 \text{ rad/s} . \text{ La fréquence de coupure}$$

$$f_c = \frac{74,8}{2\pi} = 11,91 \text{ Hz} . \text{ C'est un filtre passe bas, la bande passante } \Delta f = 11,91 \text{ Hz}$$

A3. Dispositif de signalisation

A3.1 Calcul de R_5

$$U_D = \frac{R_6 + R_7}{R_5 + R_6 + R_7} V_{CC} = \frac{2R_6}{R_5 + 2R_6} V_{CC} \text{ d'où } R_5 = \frac{2R_6(V_{CC} - U_D)}{U_D}$$

$$\mathbf{AN: } R_5 = \frac{2 \times 4,7(15-0,9)}{0,9} = 147,26k\Omega$$

On a $R_6 = R_7$ on déduit directement que $U_B = \frac{U_D}{2} = 0,45V$

A3.2 Détermination des tensions U_{A4} , U_{A5} et U_{A6} .

- A_4, A_5 et A_6 sont montés en comparateurs analogiques. La tension de sortie peut être $-V_{CC}$ ou V_{CC} .
- Soit $\varepsilon = e_+ - e_-$
- $U_Z = U_4$ (tension continue)

** Pour $0 < c < 90\mu g m^{-3}$; $U_Z < U_B$ (voir courbe $U_4 = f(c)$) d'où $\varepsilon_{A6} > 0$ ($U_{A6} = V_{CC}$) ; $\varepsilon_{A5} < 0$ ($U_{A5} = -V_{CC}$) et $\varepsilon_{A4} < 0$ ($U_{A4} = -V_{CC}$).

** Pour $90 < c < 180\mu g m^{-3}$; $U_B < U_Z < U_D$ (voir courbe $U_4 = f(c)$) d'où $\varepsilon_{A6} < 0$ ($U_{A6} = -V_{CC}$) ; $\varepsilon_{A5} > 0$ ($U_{A5} = V_{CC}$) et $\varepsilon_{A4} < 0$ ($U_{A4} = -V_{CC}$).

** Pour $c > 180\mu g m^{-3}$; $U_Z > U_D$ (voir courbe $U_4 = f(c)$) d'où $\varepsilon_{A6} < 0$ ($U_{A6} = -V_{CC}$) ; $\varepsilon_{A5} > 0$ ($U_{A5} = V_{CC}$) et $\varepsilon_{A4} > 0$ ($U_{A4} = V_{CC}$).

A3.3 signalisation :

** Pour $0 < c < 90\mu g m^{-3}$; seule **Del3** est éclairée puisque $U_{A4} = V_{CC}$. D'après le tableau2, sa couleur est verte

** Pour $90 < c < 180\mu g m^{-3}$; seule **Del2** est éclairée, puisque $U_{A5} = V_{CC}$ donc sa couleur est orange.

** si $c > 180\mu g m^{-3}$; seule **Del1** est éclairée, puisque $U_{A4} = V_{CC}$ donc sa couleur est rouge. La **Del2** est éteinte car la différence de potentiel à ses bornes est nulle.

A4. Conversion Analogique-Numérique

A4.1 $\Delta U_Z = 5 \times 10^{-3} \Delta c = 10mV$

A4.2 Résolution du convertisseur

A4.2.1 $U_{ZMax} = 5 \times 10^{-3} \times 500 = 2,5V$, le correspondant Numérique

$N_{ZMax} = \frac{U_{ZMax}}{\Delta U_Z} = \frac{2,5}{0,01} = 250$; le convertisseur doit avoir une résolution de 8 bits (

$2^7 < 250 < 2^8$).

A4.2.2 le pas de quantification $q = \frac{2,5}{2^8 - 1} = 9,8mV$

$$\mathbf{A4.3} \text{ Soit } N_d = \frac{U_Z}{q}$$

$$\mathbf{A4.3.1} \quad N_d = \frac{U_Z}{q} = \frac{5 \times 10^{-3} c}{q} = 0,510c$$

A4.3.2 Le seuil d'alerte est atteint pour $c > 360$. Soit $c_{\text{alerte}} = 361$, d'où $N_{\text{dalerte}} = 0,510 \times 361 = 184$

B. Capteur de pression

B1. Etude d'une jauge de contrainte

B1.1

Une jauge de contrainte est constituée d'un fil métallique ou semi conducteur très fin dont la résistance varie avec l'élargissement. Collée directement sur la structure, elle en subit les déformations. La déformation du corps d'épreuve provoquée par la charge est détectée par la jauge. Cette charge peut être **une masse**, **une force**, **un couple de rotation** ou **une pression**.

La jauge et le corps d'épreuve constituent alors un capteur composite de la grandeur physique agissante.

B1.2 Détermination de l'expression de V en fonction de la f.e.m E et les résistances du pont.

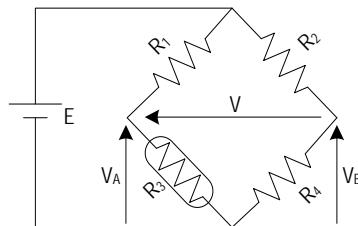
$$V_A = E \frac{R_3}{R_1 + R_3} \quad ; \quad V_B = E \frac{R_4}{R_2 + R_4}$$

$$V = V_A - V_B = E \left(\frac{R_3}{R_1 + R_3} - \frac{R_4}{R_2 + R_4} \right)$$

$$V = E \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)}$$

A l'équilibre $V = 0 \Rightarrow$

$$R_2 R_3 = R_1 R_4$$



B1.3

Sensibilité de la résistance à la contrainte :

$$S = \frac{\Delta R / R}{\Delta l / l}$$

B1.4 Etant donné $R_1 = R_2 = R_4 = R$ et $R_3 = R + \Delta R$. La variation de R_3 de ΔR entraîne une variation ΔV . Cette variation a pour expression :

- Tension de sortie initiale

$$V_{init} = E \left(\frac{R}{R+R} - \frac{R}{R+R} \right) = E \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) = 0$$

- Tension de sortie finale

$$V_{final} = E \left(\frac{R + \Delta R}{R + R + \Delta R} - \frac{R}{R+R} \right) = E \left(\frac{R + \Delta R}{2R + \Delta R} - \frac{1}{2} \right)$$

$$\Delta V = V_{final} - V_{init} = E \left(\frac{R + \Delta R}{2R + \Delta R} - \frac{1}{2} \right) = E \frac{\Delta R}{2(2R + \Delta R)}$$

B1.5

Sensibilité de la tension à la variation de la résistance :

$$\Delta V = E \frac{\Delta R}{2(2R + \Delta R)} = E \frac{\frac{\Delta R}{R}}{4 \left(1 + \frac{\Delta R}{2R} \right)}$$

La variation de ΔV en fonction de ΔR n'est pas linéaire. Si on néglige $\frac{\Delta R}{2R}$

devant 1, on aura $\frac{\Delta V}{\Delta R} \approx \frac{E}{4R}$

B1.6

Si R_3 est affectée à la fois par la déformation et par la température, on remplace dans l'expression précédente R_3 par $R + \Delta R_l + \Delta R_T$.

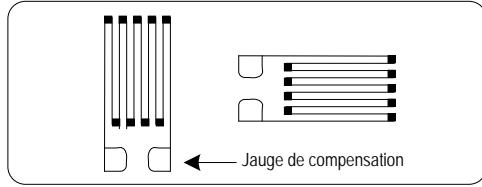
$\Delta R = \Delta R_l + \Delta R_T$ en la remplaçant dans l'équation de ΔV

$$\Delta V = E \frac{\Delta R_l + \Delta R_T}{2(2R + \Delta R_l + \Delta R_T)}$$

D'après cette expression, il n'est pas possible d'extraire la mesure de la déformation même si on néglige $\Delta R_l + \Delta R_T$ devant $2R$.

B1.7 La figure suivante montre l'emplacement de la jauge de compensation de température.

D'après les expressions de V_A et V_B établies en **B1.2**. C'est la résistance R_4 qui devra être remplacée par la jauge de compensation de la température.



B1.8

$$R_3 = R + \Delta R_l + \Delta R_T \text{ et } R_4 = R + \Delta R_T$$

$$\Delta V = E \left(\frac{R + \Delta R_l + \Delta R_T}{R + R + \Delta R_l + \Delta R_T} - \frac{R + \Delta R_T}{R + R + \Delta R_T} \right) = E \left(\frac{R + \Delta R_l + \Delta R_T}{2R + \Delta R_l + \Delta R_T} - \frac{R + \Delta R_T}{2R + \Delta R_T} \right)$$

$$\Rightarrow \Delta V = E \frac{(2R + \Delta R_T)(R + \Delta R_l + \Delta R_T) - (2R + \Delta R_l + \Delta R_T)(R + \Delta R_T)}{(2R + \Delta R_l + \Delta R_T)(2R + \Delta R_T)} \Rightarrow$$

$$\Delta V = E \frac{R \Delta R_l}{(2R + \Delta R_l + \Delta R_T)(2R + \Delta R_T)}$$

$$\text{Si on néglige les } \Delta R \text{ devant } 2R, \text{ on retrouve } \Delta V = E \frac{\Delta R_l}{4R}$$

B2. Etude d'une capteur MPX2200

B2.1

Les deux versions du modèle MPX2200 sont :

- Le capteur de pression absolu MPX2200A, il mesure la pression par rapport au vide parfait (0 Pa).
- Le capteur de pression différentiel MPX2200D, il mesure la pression relative (différence entre la pression appliquée et la pression atmosphérique ambiante).

Pour la mesure de pression atmosphérique on utilise un capteur absolu.

B2.2

D'après la documentation du constructeur, la sensibilité du capteur est :

$$S = \frac{\Delta V}{\Delta P} = 0,2mV / kPa = 20mV / bar$$

B3. Conditionnement du signal par amplificateurs d'instrumentation

B3-1

B3-1.1. Expression de U_S en fonction de U_{E+} , U_{E-} , A_D et A_C .

Partons de l'équation : $U_S = A_+ U_{E+} - A_- U_{E-} \Rightarrow$

$U_S = \frac{A_+}{2}U_{E+} + \frac{A_+}{2}U_{E+} - \frac{A_-}{2}U_{E-} - \frac{A_-}{2}U_{E-}$ on ajoute et on retranche à U_S la quantité $\frac{A_+}{2}U_{E-} + \frac{A_-}{2}U_{E+}$.

$$\begin{aligned}
 U_S &= \frac{A_+}{2}U_{E+} + \frac{A_+}{2}U_{E+} - \frac{A_-}{2}U_{E-} - \frac{A_-}{2}U_{E-} + \frac{A_+}{2}U_{E-} + \frac{A_-}{2}U_{E+} - \frac{A_+}{2}U_{E-} - \frac{A_-}{2}U_{E+} \\
 &= \frac{A_+}{2}U_{E+} + \frac{A_-}{2}U_{E+} - \frac{A_+}{2}U_{E-} - \frac{A_-}{2}U_{E-} + \frac{A_+}{2}U_{E+} - \frac{A_-}{2}U_{E+} + \frac{A_+}{2}U_{E-} - \frac{A_-}{2}U_{E-} \\
 &= \frac{A_+ + A_-}{2}U_{E+} - \frac{A_+ + A_-}{2}U_{E-} + \frac{A_+ - A_-}{2}U_{E+} + \frac{A_+ - A_-}{2}U_{E-} \\
 &= \frac{A_+ + A_-}{2}(U_{E+} - U_{E-}) + \frac{A_+ - A_-}{2}(U_{E+} + U_{E-}) \Rightarrow \\
 U_S &= \underbrace{\left(\frac{A_+ + A_-}{2}\right)}_{A_D}(U_{E+} - U_{E-}) + \underbrace{\left(A_+ - A_-\right)}_{A_C} \left(\frac{U_{E+} + U_{E-}}{2}\right)
 \end{aligned}$$

B3-1.2. Calcul du taux de réjection en mode commun CMRR :

$$\begin{cases} -175 = A_D(490 - 510) + A_C \frac{490 + 510}{2} = -20A_D + 500A_C \\ 25 = A_D(500 - 500) + A_C \frac{500 + 500}{2} = 500A_C \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} A_D = \frac{175 + 500A_C}{20} \\ A_C = \frac{25}{500} = 0,05 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A_D = \frac{175 + 500 \times 0,05}{20} = 10 \\ A_C = \frac{25}{500} = 0,05 \end{cases}$$

$$CMRR_{dB} = 20 \log \left| \frac{A_D}{A_C} \right| = 20 \log \left| \frac{10}{0,05} \right| = 20 \log(150) = 46dB$$

B3-2

B3-2.1. Expression de U_S en fonction de U_{E+} , U_{E-} , R_1 , R_2 , R_3 et R_4 :

En appliquant le théorème de Millman aux entrées e_+ et e_- de l'ampli-op

$$e_+ = \frac{R_2}{R_1 + R_2}U_{E+} \quad ; \quad e_- = \frac{U_{E-}/R_3 + U_S/R_4}{1/R_3 + 1/R_4} = \frac{R_4U_{E-} + R_3U_S}{R_3 + R_4}$$

Pour un amplificateur idéal, $e_+ = e_- \Rightarrow \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{E+} = \frac{R_4 U_{E-} + R_3 U_S}{R_3 + R_4}$

D'où
$$U_S = \frac{R_2(R_3 + R_4)}{R_3(R_1 + R_2)} U_{E+} - \frac{R_4}{R_3} U_{E-}$$

D'après B3-1.1 : $A_D = \frac{A_+ + A_-}{2}$ et $A_C = A_+ - A_-$ avec $A_+ = \frac{R_2(R_3 + R_4)}{R_3(R_1 + R_2)}$ et $A_- = \frac{R_4}{R_3}$, d'où $A_D = \frac{R_2(R_3 + R_4)}{2R_3(R_1 + R_2)} + \frac{R_4}{2R_3}$ et $A_C = \frac{R_2(R_3 + R_4)}{R_3(R_1 + R_2)} - \frac{R_4}{R_3}$

B3-2.2. Si $R_2 = R_4$ et $R_1 = R_3$

$$U_S = \frac{R_4(R_3 + R_4)}{R_3(R_3 + R_4)} U_{E+} - \frac{R_4}{R_3} U_{E-} = \frac{R_4}{R_3} U_{E+} - \frac{R_4}{R_3} U_{E-} = \frac{R_4}{R_3} (U_{E+} - U_{E-})$$

Donc $A_D = \frac{R_4}{R_3} = \frac{100k\Omega}{1k\Omega} = 100$ et $A_C = 0$ le Taux de réjection en mode commun

est infini ($CMRR \rightarrow \infty$, cas idéal)

B3-2.3. Si $R_1 = R_3(1 + \varepsilon)$ avec $|\varepsilon| \ll 1$ et $R_2 = R_4$

De même $A_D = \frac{R_4}{R_3}$

$$\begin{aligned} A_C &= \frac{R_2(R_3 + R_4)}{R_3(R_1 + R_2)} - \frac{R_4}{R_3} = \frac{R_4(R_3 + R_4)}{R_3(R_3(1 + \varepsilon) + R_4)} - \frac{R_4}{R_3} = \frac{R_4}{R_3} \left(\frac{\frac{R_3 + \frac{R_4}{R_3} R_3}{R_3(1 + \varepsilon) + \frac{R_4}{R_3} R_3} - 1}{1 + \varepsilon + \frac{R_4}{R_3}} \right) \\ &= A_D \left(\frac{\frac{R_3 + A_D R_3}{R_3(1 + \varepsilon) + A_D R_3} - 1}{1 + \varepsilon + A_D} \right) = A_D \left(\frac{\frac{1 + A_D}{1 + \varepsilon + A_D} - 1}{1 + \frac{\varepsilon}{1 + A_D}} \right) \end{aligned}$$

En appliquant la formule approchée $\frac{1}{1+x} \approx 1-x$ pour $|x| \ll 1$

$$\text{On pose } x = \frac{\varepsilon}{1 + A_D} \text{ alors } A_C \approx A_D \left(1 - \frac{\varepsilon}{1 + A_D} - 1 \right) = -\frac{\varepsilon A_D}{1 + A_D}$$

Calcul du taux de réjection en mode commun pour $R_2 = R_3 = R_4 = 10k\Omega$ et $R_1 = 10,5k\Omega$.

$$R_1 = R_3(1 + \varepsilon) \Rightarrow 10,5k\Omega = 10k\Omega(1 + \varepsilon) \text{ d'où } \varepsilon = \frac{10,5}{10} - 1 = 0,05$$

$$A_D = \frac{R_4}{R_3} = 1 \text{ (puisque } R_3 = R_4)$$

$$\text{alors } CMRR = \left| \frac{A_D}{AC} \right| \approx \frac{A_D}{\varepsilon \frac{A_D}{1 + A_D}} = \frac{1 + A_D}{\varepsilon} = \frac{1 + 1}{0,05} = 40$$

$$CMRR_{dB} = 20 \log(40) = 32dB$$

B3-3.

B3-3.1. Calcul du gain d'amplification différentiel A_D de l'INA106 :

Le schéma de principe de l'INA106 est identique au montage de la figure 10 avec $R_2 = R_4$ et $R_1 = R_3$

$$\text{Alors le gain différentiel } A_D = \frac{R_4}{R_3} = \frac{100k\Omega}{10k\Omega} = 10$$

B3-3.2 Calcul du CMRR pour le montage de la figure 11.b

On peut considérer que ce montage est identique à celui de la figure 10, avec $R_2 = R_4 = 100k\Omega$ et $R_1 = 10,005k\Omega$ $R_3 = 10k\Omega$

$$\text{Mettons } R_1 \text{ sous la forme } R_1 = R_3(1 + \varepsilon) \Rightarrow 10,005 = 10(1 + \varepsilon) \text{ d'où } \varepsilon = 0,0005$$

$$\text{En appliquant la relation trouvée en B3-2.3 : } CMRR = \frac{1 + A_D}{\varepsilon} = \frac{1 + 10}{0,0005} = 22000$$

$CMRR_{dB} = 20 \log(22000) \approx 87dB$. On remarque que l'impédance de sortie de la source affaiblie le taux de réjection en mode commun. Le constructeur précise que l'impédance de la source ne doit pas dépasser 10Ω .

B3-4.

B3-4.1

Détermination de U_{A1S} et U_{A2S} sorties respectives des Ampli-op. A1 et A2

En appliquant le théorème de Millman :

$$\bullet \quad U_{E+} = \frac{U_{A1S}/R + U_{E-}/R_G}{1/R + 1/R_G} = \frac{R_G U_{A1S} + R U_{E-}}{R + R_G} \Rightarrow$$

$$(R + R_G)U_{E+} = R_G U_{A1S} + R U_{E-} \Rightarrow \boxed{U_{A1S} = \left(1 + \frac{R}{R_G}\right)U_{E+} - \frac{R}{R_G}U_{E-}}$$

$$\bullet \quad U_{E-} = \frac{U_{A2S}/R' + U_{E+}/R_G}{1/R' + 1/R_G} = \frac{R_G U_{A2S} + R' U_{E+}}{R' + R_G}$$

$$\Rightarrow U_{A2S} = \left(1 + \frac{R'}{R_G} \right) U_{E-} - \frac{R'}{R_G} U_{E+}$$

$$U_{A2S} - U_{A1S} = \left(1 + \frac{R'}{R_G} \right) U_{E-} - \frac{R'}{R_G} U_{E+} - \left(1 + \frac{R}{R_G} \right) U_{E+} + \frac{R}{R_G} U_{E-} \Rightarrow$$

$$U_{A2S} - U_{A1S} = \left(1 + \frac{R}{R_G} + \frac{R'}{R_G} \right) U_{E-} - \left(1 + \frac{R}{R_G} + \frac{R'}{R_G} \right) U_{E+} \Rightarrow$$

$$U_{A2S} - U_{A1S} = - \left(1 + \frac{R}{R_G} + \frac{R'}{R_G} \right) (U_{E+} - U_{E-})$$

B3-4.2

Détermination de la sortie de l'étage A3 en fonction U_{A1S} et U_{A2S} .

L'étage A3 est identique à montage de la figure 10 ; on peut donc exploiter le résultat trouvé en B3-2.1.

$$U_S = \frac{R_2(R_3 + R_4)}{R_3(R_1 + R_2)} U_{A2S} - \frac{R_4}{R_3} U_{A1S}$$

pour que l'étage A3 soit différentiel, faut

que : $R_2 = R_4$ et $R_1 = R_3$, alors $U_S = \frac{R_4}{R_3} (U_{A2S} - U_{A1S})$, en remplaçant dans cette

expression $U_{A2S} - U_{A1S}$ par $- \left(1 + \frac{R}{R_G} + \frac{R'}{R_G} \right) (U_{E+} - U_{E-})$, on aura :

$$U_S = - \frac{R_4}{R_3} \left(1 + \frac{R}{R_G} + \frac{R'}{R_G} \right) (U_{E+} - U_{E-})$$

$$\text{Le gain } K = - \frac{R_4}{R_3} \left(1 + \frac{R}{R_G} + \frac{R'}{R_G} \right)$$

B3-4.3

Si $R = R'$, $R_2 = R_4$ et $R_1 = R_3$ on aura $U_S = - \frac{R_4}{R_3} \left(1 + \frac{2R}{R_G} \right) (U_{E+} - U_{E-})$

$$\text{Donc le gain différentiel } A_D = - \frac{R_4}{R_3} \left(1 + \frac{2R}{R_G} \right)$$

B3-4.4

Le schéma de principe l'INA114 est identique à celui de la figure 12, avec

$R = R' = R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 25k\Omega$; on peut donc facilement déduire que :

$$V_0 = \left(1 + \frac{50k\Omega}{R_G}\right)(V_{IN+} - V_{IN-}), \text{ d'où le gain différentiel } A_D = 1 + \frac{50k\Omega}{R_G}$$

Si on débranche R_G ($R_G \rightarrow \infty$) on aura alors $A_D = 1$

B3-5

D'après le document constructeur du capteur de pression MPX2200, la tension maximale délivrée par l'MPX2200 est environ 40mV, celle-ci correspond à une tension de sortie de l'étage d'amplification de 5V. Le gain de cet étage devra être égal à $A_D = \frac{5}{40 \cdot 10^{-3}} = 125$.

l'INA106 n'assure pas l'amplification demandé, puisque son gain est égal à 10. Seul l'INA114 peut assurer cette amplification. Calculons alors la valeur de R_G pour

avoir un gain $A_D = 125$: $125 = 1 + \frac{50k\Omega}{R_G}$ d'où $R_G \approx 403\Omega$

B3. Conversion analogique numérique

B4-1

B4-1.1. Evolution temporelle de la sortie numérique pour une tension d'entrée $V_x = 5PE/8$ avec $PE = 5V$.

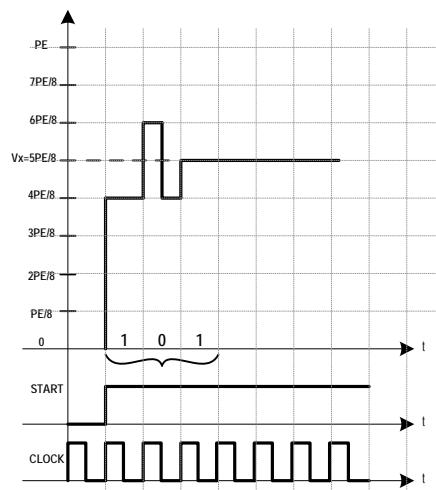
Après l'ordre de début de conversion (START = 1), et partant de gauche à droite, l'algorithme implanté dans le circuit de commande met le bit MSB à 1 et compare la tension V_x à V_C :

- Si $V_C > V_x$: le bit MSB est mis à 0 et le bit suivant (juste à droite) est positionné.

Si $V_C < V_x$: le MSB ne change pas et le bit suivant sera positionné.

Le cycle recommence jusqu'au dernier bit.

La figure ci-contre représente l'évolution de la sortie numérique pour $V_x = 5PE/8$.



B4-1.2. Pour $V_x = 5PE/8$, la sortie numérique correspondante est égale à $(101)_2$

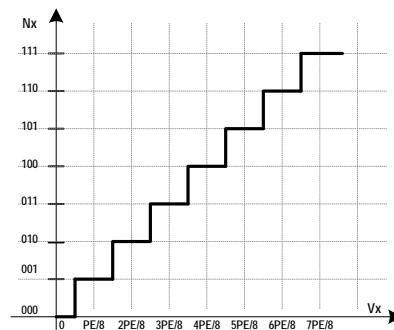
B4-1.3.

$$\text{le pas de quantification } q = \frac{PE}{2^n}$$

Pour $n = 3$ et $PE = 5$ alors

$$q = \frac{5}{2^3} = 0,625 \text{ V}$$

La caractéristique de transfert liant V_x à N_x est donnée à la figure ci-contre



B4-2.

B4-2.1. La variation maximale de V autorisée par le convertisseur au cours de la phase de conversion est donnée par la formule suivante :

$$V_{\max} = \frac{q}{2} = \frac{V_R}{2 \cdot 2^n} = \frac{V_R}{2^{n+1}} = \frac{5}{512} = 9.8mV,$$

La pente maximale pendant le temps de conversion

$$\left| \frac{dV}{dt} \right|_{\max} = \frac{V_R}{2^{n+1} t_c} = \frac{5}{512 \cdot 10^{-4}} = 98 V / S$$

B4-2.2. Pendant la phase de conversion la tension d'entrée V_x est comparée continuellement à V_C . Pour avoir une conversion correcte, il maintenir Vx constante le long de la phase de conversion.

Pour les signaux qui varient plus rapidement, on intercale entre le signal d'entrée et le convertisseur un échantillonneur bloquer (Sample and Hold) afin de maintenir constante la tension à l'entrée du convertisseur pendant la phase de conversion. La plupart des convertisseurs intègrent des échantillonneurs bloquants.

C. Le microcontrôleur 8051

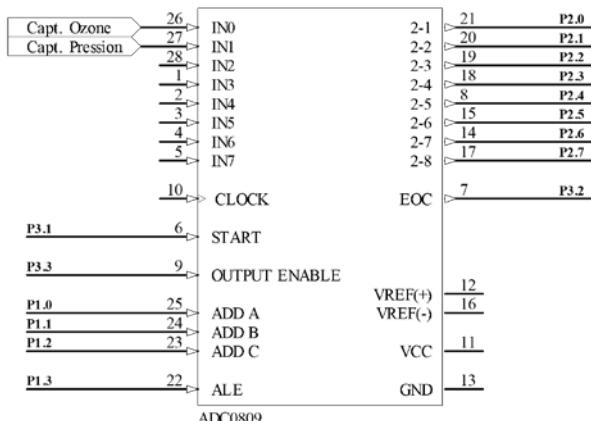
C1. Etude de la carte d'acquisition à base du µC 8051

C1.1 le microcontrôleur 8051 utilise l'architecture harvard modifiée. Avec son bus de données de 8 bits et bus d'adresse de 16 bits, le 8051 fournit de nombreuses fonctions dans un seul chip, y compris le CPU, RAM, ROM, des ports E/S bidirectionnels, des timers, un UART pour la communication série. Une caractéristique particulièrement intéressante du 8051 est l'inclusion d'un processeur booléen qui constitue une innovation par rapport aux microprocesseurs.

C1.2 le microcontrôleur 8051 est doté d'un bus d'adresse de 16 bits, ce qui donne un espace adressable de 64ko (2^{16}). Soit un espace total de 128ko puisque celui-ci adresses séparément la mémoire programme et la mémoire de données.

C1.3 Le processeur booléen permet de réaliser des fonctions logiques au niveau des bits, dans ce cas le bit Carry joue le rôle de l'accumulateur. Cette caractéristique a favorisé l'utilisation du MC8051 dans les applications de contrôle industriel.

C1.4 schéma de connexion entre le microcontrôleur et l'ADC0809



C2. Programmation de la carte d'acquisition

C2.1 procédure acquisition

La sélection du canal est passée comme paramètre dans le registre A :

000 : IN0 (Capteur Ozone)

001 : IN1 (Capteur pression)

ALE	EQU	P1.3	
START	EQU	P3.1	
EOC	EQU	P3.2	
OE	EQU	P3.3	
ACQ	Proc	Near	
	MOV	P1, A	; sélection du canal
	SETB	ALE	; mémoriser les entrées de sélection
	SETB	START	; début de conversion
	CLR	ALE	; fin de l'impulsion
	CLR	START	; fin de l'impulsion
LOOP:	JNB	EOC, LOOP	; attente fin de conversion
	SETB	OE	; valider la sortie de données
	MOV	A, P2	; charger le résultat de conversion dans A
	CLR	OE	

```

RET
ENDP

C2.2 stockage des échantillons
D'après le schéma de connexion demandé, le microcontrôleur est utilisé en mode monochip (mémoires internes).
Le RAM interne est de 128 octets. On va réserver la zone de 24 à 123 pour le stockage de 100 échantillons.

STOCK PROC NEAR
    MOV  R0, #24          ; utiliser R0 comme pointeur d'adresse
NEXT : MOV  A, #00H        ; sélection de IN0
        CALL ACQ          ; appel procédure d'acquisition
        MOV  @R0, A        ; stocker la valeur convertie dans la mémoire
        INC  R0            ; passer à l'échantillon suivant
        CJNE R0, #124, NEXT ; A-t'on arriver à 100 échantillons ?
        RET

ENDP

C2.3 la mémoire interne est insuffisante pour stocker les 2x100 échantillons.
On va se limiter à 50 échantillons pour chaque capteur.
La zone de 24 à 73 pour le capteur d'ozone
La zone de 74 à 123 pour le capteur de pression

```

Programme principal

```

ORG 0
MOV  P2, #0FFH      ; configurer P2 en entrée
MOV  R0, #24        ; initialiser R0 par l'adresse d'ozone
MOV  R1, #74        ; initialiser R1 par l'adresse de pression
NEX : MOV  A, #00H      ; sélectionner le capteur d'ozone
        CALL ACQ          ; lancer la conversion
        MOV  @R0, A        ; stocker la valeur convertie
        INC  R0            ; passer au suivant
        MOV  A, #01H        ; sélectionner le capteur de pression
        CALL ACQ          ; lancer la conversion
        MOV  @R1, A        ; stocker la valeur convertie
        INC  R1            ; passer au suivant
        CJNE R0, #74, NEX  ; A-t'on arriver à 50 échantillons ?

```

C2.4 Procédure transmission (j'invite le lecteur à consulter le cours du microcontrôleur 8051 pour la configuration du port série)

```

TRANS PROC NEAR
    ANL  PCON, #7FH      ; forcer SMOD à 0
    MOV  TMOD, #20H      ; timer 1 en mode 2 (auto reload)

```

```
MOV TH1, #0FAH          ; débit 4800 bps
SETB TR1                ; autoriser le comptage
MOV SCON, #40H          ; UART 8 bits
MOV R0, #24              ; initialiser le pointeur
NEXTT : MOV SBUF, @R0    ; transmission de donnée
LOOP : JNB TI, LOOP     ; Buffer d'émission vide ?
CLR TI                  ; effacer le flag
INC R0                  ; passer au suivant
CJNE R0, #124, NEXTT    ; fin de transfert ?
RET
ENDP
```